

弹道学在运载火箭总体设计中的实践与展望

余梦伦, 刘 银, 张志国

(北京宇航系统工程研究所, 北京 100076)

摘要: 简要介绍了运载火箭弹道学的主要研究内容, 从弹道设计的基本方法出发, 着重分析了弹道设计对于运载火箭总体设计的重要影响。在回顾我国运载火箭弹道学发展历史的同时, 对我国运载火箭弹道学的特点进行了系统总结。最后结合后续我国运载火箭发展的技术需求, 对弹道学的未来发展进行展望, 提出了若干重点研究方向。

关键词: 运载火箭; 弹道设计; 任务重规划; 多专业耦合

中图分类号: V421.1 **文献标志码:** A **文章编号:** 2096-4080 (2023) 02-0013-10

Practice and Prospects of Trajectory in the System Design of Launch Vehicle

YU Menglun, LIU Yin, ZHANG Zhiguo

(Beijing Institute of Astronautical Systems Engineering, Beijing 100076, China)

Abstract: This paper briefly introduces the main research content of launch vehicle trajectory, starting from the basic method of trajectory design, focusing on analyzing the important influence of trajectory design on the overall design of launch vehicle. While reviewing the history of the development of trajectory design, the characteristics of launch vehicle trajectory in China were systematically summarized. Finally, combined with the technical requirements of the subsequent development of China launch vehicles, the future development of trajectory is prospected, and several key research directions are proposed.

Key words: Launch vehicle; Trajectory design; Task replanning; Multi-discipline coupling

0 引言

自从美国和苏联在 20 世纪 50 年代末开始发展运载火箭, 并成功将人造地球卫星送入空间以来, 相继有欧盟、中国、日本和印度等国家和组织成功研制运载火箭并进行了发射任务。截至目前, 全世界已经研制了几百种不同类型的运载火箭, 进行了万余次发射任务, 完成了各种各样的空间应用和探测任务, 并成功地将航天员送入太空, 登上了月球, 实现了人类几千年来的飞天梦想。

自人类进入航天领域以来, 以齐奥尔科夫斯基公式为理论基石的航天飞行力学得到蓬勃的

发展。在航天飞行力学领域内研究运载火箭弹道设计的理论, 又被称为“运载火箭弹道学”。中国航天经历了 60 多年的发展, 从零起步, 历经艰辛, 中国成为了航天大国, 正在朝着建设航天强国的伟大目标稳步前进。随着航天事业的发展, 形成了较为完整的运载火箭弹道设计理论和方法, 完成了我国以长征二号 F、长征五号以及长征十一号等为代表的多型液体和固体运载火箭的研制、设计和发射任务^[1]。近年来航天领域大规模、高可靠、高经济进入太空的新特征凸显, 运载火箭走向智能化和重复使用的需求十分迫切, 更要加强运载火箭弹道学研究, 以适应我国航天事业的新

收稿日期: 2022-11-02; 修订日期: 2023-03-10

作者简介: 余梦伦 (1936-), 男, 中国科学院院士, 主要研究方向为运载火箭弹道总体设计。

E-mail: yhzjtjs@163.com

形势和 21 世纪运载火箭发展的新方向。

1 运载火箭弹道学的研究内容

1.1 运载火箭弹道专业工作

运载火箭弹道专业的主要工作是应用运载火箭弹道学，完成飞行方案设计。弹道设计在液体运载火箭的研制中，起着极其重要的作用^[2]。弹道设计的目的是通过研究（作为刚体的）火箭的六自由度飞行运动规律，分析火箭弹道和基本技

术性能与其结构、动力、控制等系统参数及发射点位置的关系，与总体设计各专业配合，完成火箭的优化设计与研制，通过研究大气、引力场和高空风场等火箭飞行外界环境保证火箭圆满完成其预定飞行任务。弹道设计承担着确定和优化运载火箭核心总体参数、为各分系统开展研制工作提供输入依据的任务，同时也一定程度地影响有效载荷、发射场、测控通信等重要系统的方案设计。弹道设计在研制流程中的作用如图 1 所示。

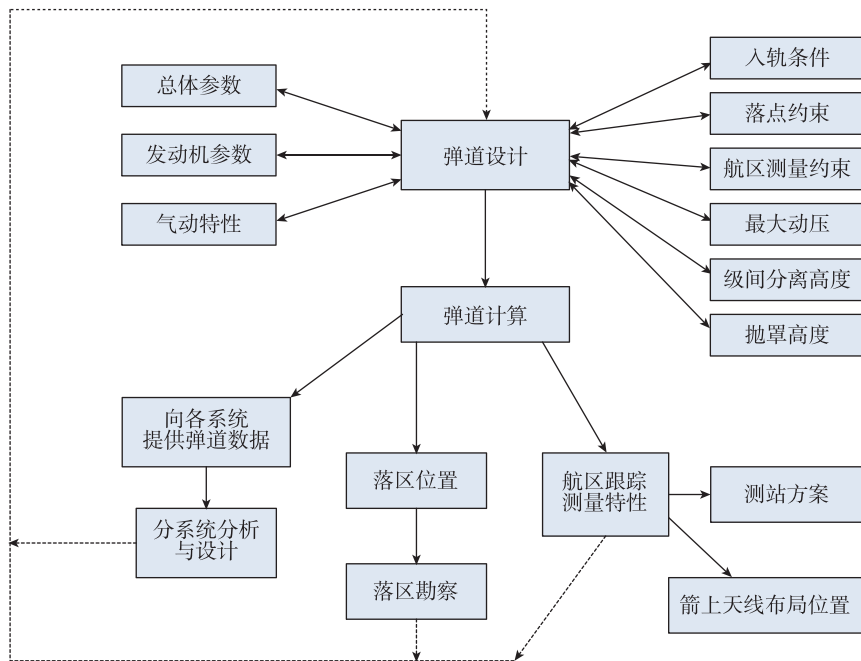


图 1 弹道设计在研制流程中的作用

Fig. 1 The role of trajectory design in the development process

从上面的描述可以看出，在火箭总体设计中，弹道设计起着重要的作用。

弹道设计的理论基础是运载火箭弹道学，主要解决以下问题：

- 1) 建立火箭飞行的动力学方程并研究其解法；
- 2) 研究火箭的飞行特性与设计参数的依从关系；
- 3) 任务剖面的优化，即选择最优飞行路线和关键动作时序。

火箭飞行的动力学方程是以变质量力学和经典力学定律为基础，描述作用在火箭上的力和力矩与运动参数的关系。火箭动力学方程的求解（弹道计算）通常采用数值解法，重点研究和改进现有的计算方法以及误差的积累和传递关系。火箭飞行特性

与设计参数的依从关系是建立在火箭运动简化理论基础上的，所形成的飞行性能计算方法称为飞行性能估算理论，估算理论是一种定量分析方法。任务剖面的优化则主要解决在多维非线性强约束条件下，如何实现最优性能的火箭推力矢量最佳变化规律和最优动作配合时序的问题^[3]。

1.2 运载火箭弹道的设计与优化

综上所述，弹道设计范畴涵盖飞行力学和控制理论，结合数值分析和最优化方法，形成了一个模型分解的强非线性、多约束的最优化问题。下面通过简单的运动方程推导对弹道设计的物理背景，即推力矢量的变化规律选择进行说明。

将火箭飞行的运动方程简化地表示为

$$\begin{cases} \frac{dV}{dt} = \frac{P \cos \alpha - X}{m} - g \sin \theta \\ \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{V} \left(\frac{P \sin \alpha}{m} - g \cos \theta \right) \end{cases} \quad (1)$$

式中, V 为飞行速度, θ 为弹道倾角, P 为发动机推力, X 为空气阻力, g 为重力加速度, m 为火箭质量, α 为攻角。

第一个方程为速度方程, 推力 P 分解为

$$P = P_z - S_a p$$

式中, P_z 为真空推力, $S_a p$ 为大气压力造成的损失, 终点速度为

$$V_f = V_0 + \int_{t_0}^{t_f} \frac{P_z}{m} dt - \int_{t_0}^{t_f} \frac{X}{m} dt - \int_{t_0}^{t_f} \frac{S_a p}{m} dt - \int_{t_0}^{t_f} g \sin \theta dt - \int_{t_0}^{t_f} \frac{P(1 - \cos \alpha)}{m} dt \quad (2)$$

积分项依次代表火箭的特征速度、阻力损失、大气压力损失、重力损失、攻角损失。

一般运载火箭在发射卫星入轨任务时, 如果推力程序不合理, 则有可能出现较大的攻角 α , 此时攻角损失无法忽略。

第二个方程表示速度方向的变化率, 从方程中可看出速度方程 θ 的变化取决于飞行攻角 α 和重力加速度, 当给定弹道起始点和终点的弹道倾角 θ_0 和 θ_f 时, 应满足关系式

$$\theta_f - \theta_0 = \int_{t_0}^{t_f} \frac{P \sin \alpha}{m V} dt - \int_{t_0}^{t_f} \frac{g \cos \theta}{V} dt \quad (3)$$

式中, 第一项 $\int_{t_0}^{t_f} \frac{P \sin \alpha}{m V} dt$ 为攻角转弯项, 第二项

$\int_{t_0}^{t_f} \frac{g \cos \theta}{V} dt$ 为重力转弯项。

显然从式 (3) 可得到飞行中的攻角状态与入轨条件和飞行中的重力转弯项等有关, 如表 1 所示。

表 1 飞行中的攻角状态和入轨条件的关系

Tab. 1 Relationship between angle of flight attack state and orbit injection conditions

入轨条件	攻角状态
$ \theta_f - \theta_0 > \int_{t_0}^{t_f} \frac{g \cos \theta}{V} dt$	负攻角
$ \theta_f - \theta_0 = \int_{t_0}^{t_f} \frac{g \cos \theta}{V} dt$	零攻角
$ \theta_f - \theta_0 < \int_{t_0}^{t_f} \frac{g \cos \theta}{V} dt$	正攻角

所以为了减少飞行中的攻角损失, 其必要条件是

$$|\theta_f - \theta_0| = \int_{t_0}^{t_f} \frac{g \cos \theta}{V} dt \quad (4)$$

对运载火箭发射卫星入轨任务而言, 在弹道的末段一般有 $\theta \rightarrow 0$, 因此可近似地认为, 为获得最大终点速度 V_f , 应保持 $|\theta_f - \theta_0| = \int_{t_0}^{t_f} \frac{g \cos \theta}{V} dt$, 这也是运载火箭弹道设计和优化的物理背景。

1.3 弹道优化与工程应用

弹道优化理论起源于对探空火箭最大上升高度的研究, 其解决方法一般可分为间接法和直接法。常用的间接优化法有古典变分法和极大值原理。直接优化法是应用迭代过程寻求其序列解, 而其中每个解都趋向于最优解。一般说, 间接优化法适合于求近似最优解; 直接优化法适合于求解精确最优解。但后者的计算量较大, 有时可采用二者结合的办法^[4]。

弹道优化问题一般分为两类, 一类是函数优化问题, 如俯仰程序角 $\varphi_{cx}(t)$ 优化、推力程序 $P(t)$ 优化等; 另一类是参数优化问题, 如级间比优化、入轨条件优化等。以程序角优化为例, 若一级弹道按零攻角飞行, 二级弹道的俯仰程序角采用等斜率直线形式时, 则俯仰程序角 $\varphi_{cx}(t)$ 由一级最大攻角值 $\bar{\alpha}$ 和俯仰角斜率 $\dot{\varphi}_{cx}$ 等参数决定, 此时俯仰程序角优化问题转化为参数优化问题。若俯仰程序角 $\varphi_{cx}(t)$ 采用离散化形式

$$\varphi_{cx}(t) = \varphi_{cxi} + \frac{\varphi_{cxi+1} - \varphi_{cxi}}{t_{i+1} - t_i} (t - t_i)$$

$$t_i \leq t < t_{i+1}, i = 0, 1, \dots, n$$

则 $\varphi_{cx}(t)$ 由节点值 φ_{cxi} 决定, 这时俯仰角程序优化问题也可转化为 $n+1$ 个参数的优化问题。

通常, 对函数优化问题采用间接优化法, 对参数优化问题采用直接优化法。但当采用间接优化法时, 有些问题最终归结为一个两点边值问题, 两点边值问题又可以看作一个参数求解问题, 这样就有可能转化为用直接优化法求解。

下面我们以俯仰角和推力程序的优化求解和工程应用为例, 说明弹道设计对于运载火箭总体方案的关键作用。

1.3.1 最优俯仰角和推力程序的求解

曲面坐标形式的火箭质心运动方程为

$$\left. \begin{aligned} \frac{du}{dt} &= \frac{P}{m} \cos\varphi - \frac{uv}{r} \\ \frac{dv}{dt} &= \frac{P}{m} \sin\varphi - g + \frac{u^2}{r} \\ \frac{dl}{dt} &= u \frac{R}{r}, \quad \frac{dh}{dt} = v \\ \frac{dm}{dt} &= -\frac{P}{I_{sp}} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中, u 为水平速度, v 为垂直速度, l 为沿地球表面的航程, h 为高度, φ 为俯仰角, r 为地心到火箭质心的距离, g 为重力加速度, R 为地球半径, I_{sp} 为发动机比冲, P 为发动机推力。

上述运动方程是在真空条件下获得的。俯仰角 φ 和发动机推力 P 是未知的控制函数, u, v, l, h, m 为状态变量。对最大终点速度问题可等价于寻求 $\varphi(t)$ 和 $P(t)$, 使进入预定轨道的运载能力最大。

这样目标函数为

$$J = m(t_f) \quad (6)$$

根据极大值原理, 上述问题的哈密顿函数为

$$H = \lambda_1 \left(\frac{P}{m} \cos\varphi - \frac{uv}{r} \right) + \lambda_2 \left(\frac{P}{m} \sin\varphi - g + \frac{u^2}{r} \right) + \lambda_3 u \frac{R}{r} + \lambda_4 v - \lambda_5 \frac{P}{I_{sp}} \quad (7)$$

式中, $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5$ 为辅助变量, 满足共轭方程

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d\lambda_1}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial u} \\ \frac{d\lambda_2}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial v} \\ \frac{d\lambda_3}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial l} \\ \frac{d\lambda_4}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial h} \\ \frac{d\lambda_5}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial m} \end{aligned} \right. \quad (8)$$

则有

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d\lambda_1}{dt} &= \frac{v}{r} \lambda_1 - \frac{2u}{r} \lambda_2 - \frac{R}{r} \lambda_3 \\ \frac{d\lambda_2}{dt} &= \frac{u}{r} \lambda_1 - \lambda_4, \quad \frac{d\lambda_3}{dt} = 0 \\ \frac{d\lambda_4}{dt} &= \frac{uv}{r^2} \lambda_1 + \left(\frac{u^2}{r^2} - 2 \frac{g}{r} \right) \lambda_2 + \frac{R}{r^2} u \lambda_3 \\ \frac{d\lambda_5}{dt} &= \frac{P}{m^2} \cos\varphi \lambda_1 + \frac{P}{m^2} \sin\varphi \lambda_2 \end{aligned} \right. \quad (9)$$

方程 (5) 和 (9) 是描述极值解 $P^*(t)$ 和 $\varphi^*(t)$ 的正则方程。

方程组 (9) 的边界条件为:

起始点

$$t = t_0, u = u_0, v = v_0, l = l_0, h = h_0, m = m_0 \quad (10)$$

终点

$$\left. \begin{aligned} \text{近地点高度 } h_p &= \bar{h}_p \text{ (给定值)} \\ t = t_f, \text{ 轨道周期 } T &= \bar{T} \text{ (给定值)} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

对于方程组 (9), 根据 t_f 自由, 可导出下列终点条件

$$\left\{ \begin{aligned} \lambda_1 &= \kappa_1 \frac{\partial h_p}{\partial u} + \kappa_2 \frac{\partial T}{\partial u} \\ \lambda_2 &= \kappa_1 \frac{\partial h_p}{\partial v} + \kappa_2 \frac{\partial T}{\partial v} \\ \lambda_3 &= 0 \\ \lambda_4 &= \kappa_1 \frac{\partial h_p}{\partial h} + \kappa_2 \frac{\partial T}{\partial h} \\ \lambda_5 &= 1 \\ H &= 0 \end{aligned} \right. \quad (12)$$

$$\frac{\partial h_p}{\partial u} = \cos\theta \frac{\partial h_p}{\partial V} - \frac{\tan\theta}{V} \frac{\partial h_p}{\partial \theta}$$

$$\frac{\partial h_p}{\partial v} = \sin\theta \frac{\partial h_p}{\partial V} - \frac{1}{V} \frac{\partial h_p}{\partial \theta}$$

$$\frac{\partial h_p}{\partial h} = \frac{2(1-e)a^2}{r^2} - \frac{a\mu(\mu-1)\cos^2\theta}{er}$$

$$\frac{\partial T}{\partial u} = \frac{3uaT}{fM}, \frac{\partial T}{\partial v} = \frac{3vaT}{fM}, \frac{\partial T}{\partial h} = \frac{3aT}{r^2}$$

$$\frac{\partial h_p}{\partial V} = \frac{2aV}{fM} \left[a(1-e) - \frac{r(\mu-1)}{e} \cos^2\theta \right]$$

$$\frac{\partial h_p}{\partial \theta} = \frac{a\mu(\mu-2)}{e} \sin\theta \cos\theta$$

$$V = \sqrt{u^2 + v^2}, \theta = \tan^{-1} \frac{v}{u},$$

$$\mu = \frac{rV^2}{fM}, e = \sqrt{1 - (2-\mu)\mu \cos^2\theta}$$

$$a = \frac{r}{2-\mu}, T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{fM}}, h_p = a(1-e) - R$$

式中, κ_1, κ_2 为待定系数, fM 为引力常数与地球质量的乘积。

对终点条件式 (11) 和 (12) 整理后可得, 方程组 (5) 和 (9) 的联合终点条件为

$$\begin{cases} h_p = \bar{h}_p \\ T = \bar{T} \\ \lambda_3 = 0 \\ \lambda_5 = 1 \\ \lambda_g = 0 \\ H = 0 \end{cases} \quad (13)$$

其中,

$$\lambda_g = \lambda_4 - \frac{M_1}{M} \frac{\partial h_p}{\partial h} - \frac{M_2}{M} \frac{\partial T}{\partial h}$$

$$M = \frac{\partial h_p}{\partial u} \frac{\partial T}{\partial v} - \frac{\partial T}{\partial u} \frac{\partial h_p}{\partial v}$$

$$M_1 = \lambda_1 \frac{\partial T}{\partial v} - \lambda_2 \frac{\partial T}{\partial u}$$

$$M_2 = \lambda_2 \frac{\partial h_p}{\partial u} - \lambda_1 \frac{\partial h_p}{\partial v}$$

当限定近地点入轨时, 方程组 (5) 的终点条件为

$$\begin{cases} u = \bar{u} \text{ (给定值, 入轨速度)} \\ v = 0 \\ h = \bar{h} \text{ (给定值, 近地点高度)} \end{cases} \quad (14)$$

则方程组 (5) 和 (9) 的联合终点条件为

$$\begin{cases} u = \bar{u} \\ v = 0 \\ h = \bar{h} \\ \lambda_3 = 0 \\ \lambda_5 = 1 \\ H = 0 \end{cases} \quad (15)$$

根据极大值原理, 最优解 $P^*(t)$ 和 $\varphi^*(t)$ 满足方程组 (5) 和 (9), 同时哈密顿函数 H 作为 P 和 φ 的函数在 P^* 和 φ^* 达到最大值。即

$$H(P^*, \varphi^*) = \max H(P, \varphi)$$

$$P^* \in U_p; \varphi^* \in U_\varphi$$

式中, U_p 和 U_φ 分别为 P 和 φ 的约束区域。

哈密顿函数 H 可写为

$$H = \left(\frac{\lambda_1}{m} \cos \varphi + \frac{\lambda_2}{m} \sin \varphi - \frac{\lambda_5}{I_{sp}} \right) P - \frac{uv}{r} \lambda_1 + \left(\frac{u^2}{r} - g \right) \lambda_2 + u \frac{R}{r} \lambda_3 + v \lambda_4$$

$$\text{令 } K = \frac{\lambda_1}{m} \cos \varphi + \frac{\lambda_2}{m} \sin \varphi - \frac{\lambda_5}{I_{sp}}$$

当 P 的约束域为 $P_{\min} \leq P \leq P_{\max}$ 时, 则最优解

$$P^*(t) = \begin{cases} P_{\min} & K < 0 \\ P_{\max} & K > 0 \end{cases} \quad (16)$$

最优解的状态由 K 决定, 称 K 为开关函数。

由此导出最优推力程序是开关函数, 它或以最小推力工作, 或以最大推力工作。

当 φ 无约束时, 应满足

$$\frac{\partial H}{\partial \varphi} = 0$$

即

$$-\frac{\lambda_1}{m} \sin \varphi^* + \frac{\lambda_2}{m} \cos \varphi^* = 0$$

则最优解为

$$\varphi^*(t) = -\tan^{-1} \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \quad (17)$$

对于最优解 φ^* , 计算经验表明当 $\varphi = A + Bt$ 或 $\varphi = \tan^{-1}(A + Bt)$ 其效果接近于最优解 φ^* 。所以在工程设计中, 一般放弃正则方程求 φ^* , 而直接采用 $\varphi = A + Bt$ 或 $\varphi = \tan^{-1}(A + Bt)$ 形式, 这样使求解过程大大简化。

1.3.2 最优推力弧的次序选择

为了研究最优推力弧的次序, 采用下列更进一步简化的运动方程。在假设平面常值重力场时, 运动方程为

$$\begin{cases} \frac{du}{dt} = \frac{P}{m} \cos \varphi \\ \frac{dv}{dt} = \frac{P}{m} \sin \varphi - g_0 \\ \frac{dl}{dt} = u \\ \frac{dh}{dt} = v \\ \frac{dm}{dt} = -\frac{P}{I_{sp}} \end{cases} \quad (18)$$

哈密顿函数

$$H = \lambda_1 \frac{P}{m} \cos \varphi + \lambda_2 \left(\frac{P}{m} \sin \varphi - g_0 \right) + \lambda_3 u + \lambda_4 v - \lambda_5 \frac{P}{I_{sp}}$$

辅助函数 $\lambda_1 \cdots \lambda_5$ 满足

$$\begin{cases} \frac{d\lambda_1}{dt} = -\lambda_3 \\ \frac{d\lambda_2}{dt} = -\lambda_4 \\ \frac{d\lambda_3}{dt} = 0 \\ \frac{d\lambda_4}{dt} = 0 \\ \frac{d\lambda_5}{dt} = \lambda_1 \frac{P}{m^2} \cos\varphi + \lambda_2 \frac{P}{m^2} \sin\varphi \end{cases} \quad (19)$$

则 $\lambda_1 \cdots \lambda_5$ 可写为

$$\begin{cases} \lambda_1 = \lambda_{10} - \lambda_{30} t \\ \lambda_2 = \lambda_{20} - \lambda_{40} t \\ \lambda_3 = 0 \\ \lambda_4 = \lambda_{40} \\ \lambda_5 = \int_{t_0}^t \frac{P}{m^2} \sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2} dt + \lambda_{50} \end{cases} \quad (20)$$

式中, $\lambda_{10}, \lambda_{20}, \lambda_{30}, \lambda_{40}, \lambda_{50}$ 均为积分常数。

开关函数

$$K = \frac{\lambda_1}{m} \cos\varphi + \frac{\lambda_2}{m} \sin\varphi - \frac{\lambda_5}{I_{sp}} \quad (21)$$

因为哈密顿函数 H 不显含时间 t , 则 $H \equiv 0$, 由此可以将开关函数 K 写为

$$K = \frac{1}{P} (\lambda_2 g - \lambda_4 v)$$

令 $I = \lambda_2 g - \lambda_4 v$, 对 t 微分, 有

$$\frac{dI}{dt} = -\frac{\lambda_4 P}{m} \frac{\lambda_2}{\sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}} \quad (22)$$

式中, λ_4 为常值, λ_2 为 t 的一次函数, 所以 $\frac{dI}{dt}$ 最多有一个零点, 由于 $P \neq 0$, 所以开关函数 K 最多有两个零点, 即证明了推力极值弧最多由三段组成。结合推力程序的极值解, 最优推力程序的广义形式只能有两种

$$P_{\max} \rightarrow P_{\min} \rightarrow P_{\max}$$

或

$$P_{\min} \rightarrow P_{\max} \rightarrow P_{\min}$$

当推力极值弧为两段时, 最优推力程序的形式为

$$P_{\max} \rightarrow P_{\min}$$

或

$$P_{\min} \rightarrow P_{\max}$$

当 $t = t_0$ 时, 开关函数 $K = K_0$

$$K_0 = \frac{1}{P} (\lambda_{20} g_0 - \lambda_{40} v_0)$$

按目标函数的性质, 则有

$$\lambda_{20} = \frac{\partial m(t_f)}{\partial v_0}$$

$$\lambda_{40} = \frac{\partial m(t_f)}{\partial h_0}$$

一般情况下 $\frac{\partial m(t_f)}{\partial v_0} > \frac{\partial m(t_f)}{\partial h_0} > 0$, 因此在起始点 ($t = t_0$)。

$$\text{若 } v_0 < \frac{\lambda_{20} g}{\lambda_{40}} \text{ 时, 则 } P_0 = P_{\max}$$

$$\text{若 } v_0 > \frac{\lambda_{20} g}{\lambda_{40}} \text{ 时, 则 } P_0 = P_{\min} \quad (23)$$

根据推力极值弧最多是由三段组成, 一般形式如图 2 所示。

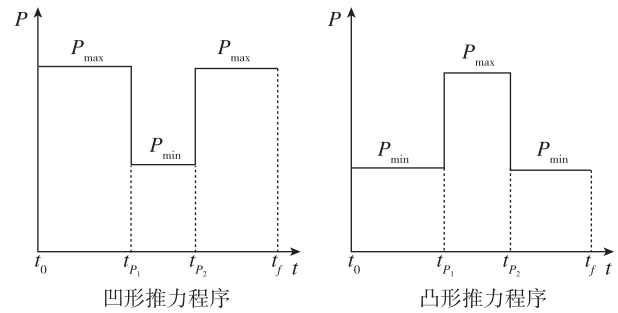


图 2 推力极值弧示意图

Fig. 2 Diagram of thrust extremum arc

t_{p1}, t_{p2} 满足下列约束条件

$$\frac{P_{\max}}{I_{sp}} (t_{p1} - t_0) + \frac{P_{\min}}{I_{sp}} (t_{p2} - t_{p1}) \leq (m_0 - m_f) \text{ (凹形)}$$

或

$$\frac{P_{\min}}{I_{sp}} (t_{p1} - t_0) + \frac{P_{\max}}{I_{sp}} (t_{p2} - t_{p1}) \leq (m_0 - m_f) \text{ (凸形)}$$

据此, 最优问题即为在给定终点质量 m_f 条件下, 选取 t_{p1}, t_{p2} 使终点速度 V_f 为最大。

此时 t_f 满足下列关系式

$$\frac{P_{\max}}{I_{sp}} (t_{p1} - t_0 + t_f - t_{p2}) + \frac{P_{\min}}{I_{sp}} (t_{p2} - t_{p1}) \leq (m_0 - m_f) \text{ (凹形)}$$

或

$$\frac{P_{\min}}{I_{sp}} (t_{p1} - t_0 + t_f - t_{p2}) + \frac{P_{\max}}{I_{sp}} (t_{p2} - t_{p1}) \leq (m_0 - m_f) \text{ (凸形)}$$

(24)

终点条件为:

1) 近地点入轨

$$\begin{cases} \lambda_1 = 1 \\ \lambda_3 = 0 \\ v = 0 \\ h = \bar{h} \end{cases}$$

2) 任意点入轨

$$\begin{cases} \lambda_3 = 0 \\ h_p = \bar{h}_p \\ T = \bar{T} \\ \lambda_g = 0 \end{cases}$$

其中 λ_g 的表达式同前。

所以求解最优推力程序的问题，可化为 4 个参数 t_{p1}, t_{p2}, A, B 的函数极值问题（当推力极值弧由两段组成时，则为 3 个参数 t_{p1}, A, B 的函数极值问题），具体计算过程可安排为：

- 1) 固定 t_{p1}, t_{p2}, m_f ，选取 A, B ，使边界条件 $v(t_f) = 0, h(t_f) = \bar{h}$ 满足；
- 2) 固定 m_f ，对 t_{p1} 和 t_{p2} 进行优选，使 $v(t_f)$ 最大；
- 3) 选取 m_f ，使边界条件 $u(t_f) = \bar{u}$ 满足。

1.3.3 工程应用案例

(1) 长征二号丙火箭小推力弹道方案

长征二号丙是两级运载火箭，其第二级的发动机由不摆动的主发动机和可以摆动的游动发动机组成，发动机不具备两次启动能力。

此时对二级可组合两种推力状态，由主发动机和游动发动机同时工作组成大推力状态，由游动发动机单独工作为小推力状态。两种发动机均无再次启动能力，因此推力极值弧只有两段。对照式

(23)，由于二级起始速度 v_0 较小，满足 $v_0 < \frac{\lambda_{20}g}{\lambda_{40}}$ ，

则 $P_0 = P_{max}$ ，最优推力程序为 $P_{max} \rightarrow P_{min}$ 。由此提出的由两段推力组成的弹道方案，简称为小推力弹道方案。

在推力程序最优理论研究推动下，利用二级主机和游机推力的组合实现长征二号丙推力程序的优化，提高了运载能力，也提升了长征二号丙运载火箭对发射不同轨道高度卫星的适应性。

(2) 长征八号浅箱启动弹道方案

长征八号是两级半运载火箭，其第二级的发动机为具备两次启动能力的 YF-75 氢氧发动机。则此时二级发动机的最优推力程序变为由三段极值弧组成，即

$$P_{max} \rightarrow P_{min} \rightarrow P_{max}$$

此时 $P_{min} = 0$ 。

以长征八号火箭发射 700 km SSO 轨道卫星为例，参见图 3。长征八号火箭在助推和一级发动机工作结束后，继续由二级发动机工作加速，持续抬高远地点进入预定亚轨道后关机，经过滑行段滑行爬高至亚轨道的远地点附近后，再通过发动机二次启动加速抬高近地点的方式圆化轨道，最终进入指定高度的圆轨道。在理想条件下，火箭二级二次完成加速关机时刻，恰好将亚轨道抬升为 700 km 圆轨道。

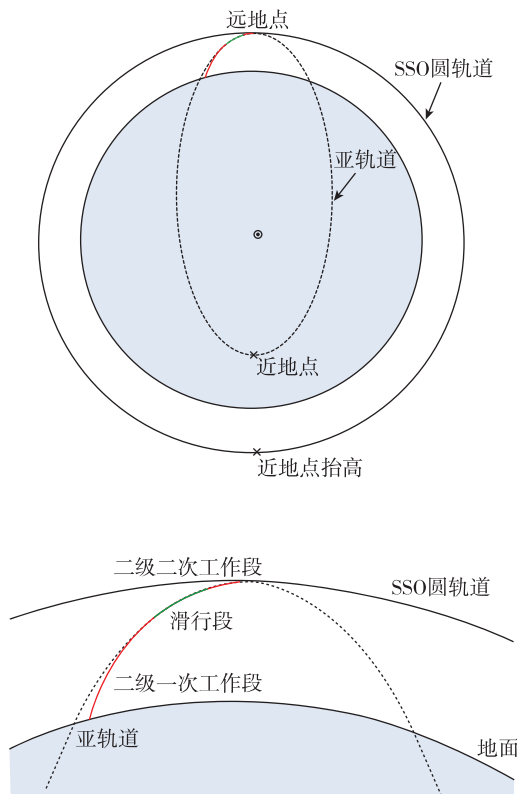


图 3 长征八号火箭发射 SSO 弹道示意图
Fig. 3 Trajectory diagram of Long March 8 rocket launching SSO

通过对 $P_{max} \rightarrow P_{min} \rightarrow P_{max}$ 过程中的发动机工作时间、滑行时间以及俯仰程序角进行优化设计，最终实现了运载能力的提升，这也是长征八号火箭浅箱启动技术的动力学理论基础。

2 我国运载火箭弹道学的发展历史

我国运载火箭弹道学的发展与我国航天事业的发展紧密相连，大体经历了 3 个阶段^[5]。

第一阶段从 20 世纪 50 年代末期开始到 60 年代初期，是学习仿制阶段。根据当时苏联提供的

苏式 V2 型火箭少量的弹道计算资料和国外航天图书资料,开始培养自己的运载火箭弹道科研队伍,开始进行近程火箭和远程火箭的研制设计,相应开展了弹道设计理论研究,解决了中远程火箭的弹道数学模型和计算方法、程序角设计方法、偏差摄动理论等问题。

当时用于弹道设计的计算工具十分落后,虽然电子计算机已经发明,但国内刚处于起步阶段,在航天系统内弹道计算主要靠手摇计算机,计算一条弹道,从起飞开始积分计算到关机点,6名计算员需要两个月左右时间,所以在当时弹道设计是一项工作量巨大的任务。这也限制了数值方法的应用,弹道设计更侧重于近似的分析解和经验方法。

第二阶段从 1964 年开始到 20 世纪 70 年代中期,我国航天事业进入独立设计阶段(以“八年四弹”为标志)。我国第一颗人造地球卫星和洲际远程火箭以及返回式卫星的发射成功是我国运载火箭弹道设计发展的重要标志。在这一阶段弹道设计人员重点解决了多级火箭的弹道设计、固体上面级的弹道设计、弹道精确建模、弹道优化方法等方面问题,运载火箭弹道设计工作开始走向成熟。

第三阶段从 20 世纪 70 年代中期到现在。运载火箭弹道设计进入地球同步转移轨道,以及探月、探火等深空探测任务的设计领域。跟随我国新一代运载火箭的发展脚步,弹道专业设计队伍也得到了充分的锻炼和实践,能够独立完成近地、深空等多种发射弹道设计任务,解决了深空轨道、交会对接、高空风修正、定向调姿、末级离轨等技术问题,运载火箭弹道设计技术更趋成熟。

3 我国运载火箭弹道学的特点

从我国运载火箭的发展历史来看,运载火箭弹道学有如下几个特点^[5]。

3.1 弹道设计的先导性

弹道设计中的核心工作是飞行方案设计。飞行方案规定了运载火箭的基本飞行参数、飞行轨迹、飞行时序、飞行程序角、推力程序等,飞行方案是火箭总体核心设计之一,是各专业和分系统开展研制工作的基础,因此飞行方案设计的好坏会直接影响运载火箭的性能和技术水平以及投资大小。由于它在航天工程中的特殊地位,有人称弹道设计是火

箭总体中的总体也是有一定道理的。

3.2 理论与实践结合

运载火箭弹道学的主要任务是完成有关弹道设计和解决在工程研制过程中提出的一切有关弹道的问题。因此作为弹道专业设计人员,除了熟悉和研究弹道学中带有普遍意义的理论问题外,还必须根据型号具体情况和中国的国情进行特殊问题的研究。

3.3 学科的交叉性

从运载火箭工程角度来看,运载火箭弹道学研究的范畴与工程研制中弹道专业所承担的任务有关,通常弹道专业要对运载火箭的飞行性能负责,具体包括运载能力、入轨精度、飞行弹道 3 个主要方面。这就决定了运载火箭弹道学具有多学科交叉的特性。以运载能力为例,运载能力与弹道优化、总体参数选择、发射场选择、卫星轨道操作模式等方面有关,同时又与火箭参数偏差、制导特性、推进剂特性等有关,它涉及空气动力学、结构力学、推进技术、控制技术、计算技术等。运载火箭弹道学的多学科性要求弹道专业设计人员要用系统的观点进行弹道设计,同时运载火箭工程也是航天工程大系统中的一个分系统,在进行大系统设计时,各分系统之间是密切相关的,其中飞行弹道性能直接影响各分系统的设计和运行,并贯穿系统设计的全过程。因此,没有相互了解和融合是不可能完成高质量弹道设计任务的。

4 运载火箭弹道学的未来展望

发展中国航天是我国国民经济发展的需要,也是衡量一个国家综合国力的重要标志。进入新世纪以来,我们国家的航天事业飞速发展。迄今为止,长征五号、长征七号和长征八号等新一代运载火箭陆续首飞,重型火箭、新一代载人火箭和重复使用运载火箭正在开展工程研制,说明中国航天已经成为国家和社会的关注焦点。中国航天的快速发展给运载火箭弹道学的发展带来了机遇,也带来了挑战。

新一代载人火箭的可靠性和安全性要求高,重复使用运载火箭飞行剖面复杂,以及航天运输系统航班化发展,要求火箭弹道方案在设计之初就考虑高可靠性、高适应性和高经济性,面对火箭典型故障时具备在线重新规划的能力,面对子

级重复使用的再入复杂剖面具有较强的可靠性设计能力。此外,随着人工智能技术的飞速发展,将智能算法应用于运载火箭弹道设计中也逐渐成为可能。

4.1 面向故障的弹道设计理论研究

在对近年来火箭飞行失利案例的分析和反思中发现,当前基于偏差包络设计的总体方案对典型故障适应能力有限,对比国际航天强国先进水平,要从根本上提升火箭可靠性,亟须转变设计理念,使火箭具备故障条件下的任务隔离和重构能力,实现智能飞行。故障诊断是实现智能飞行的先决条件,任务重规划策略则是智能飞行的基础。

未来的运载火箭应能对出现的故障进行综合识别,并自主规划控制策略。只有运载火箭能够根据故障确定最优的飞行策略(而不是飞行参数)时,才可以说具备了“智能”的特征。让火箭学会选取策略,也可以根据先验知识把策略提前“装定”给火箭,由火箭根据条件进行选择,这就是“基于离线弹道库的弹道重构诸元设计方法”。这种思路实现相对简单,在近期内有一定的应用研究价值^[6];未来更智慧的火箭应具备依据知识在线进行自主策略选择的能力,要使火箭具备这样的能力难度较大,需要有理论和应用上的双重突破。

4.2 复杂飞行剖面的 TGNC 一体化设计

在重复使用火箭的研制工作中发现,子级的返回再入过程中气动、弹道、制导与姿控(TGNC)呈现高度非线性强耦合的特性,涉及多种执行机构的切换控制与复合控制,常规的各专业解耦设计与仿真将不再有效,需要开展气动、弹道、制导与姿控耦合仿真分析与设计,优化再入控制交班参数与过载、热流及动压过程参数,以及着陆精度与燃料利用效率间的取舍问题。

开展复杂飞行剖面的 TGNC 一体化设计,这对新运载火箭的研制十分重要,基于学科的交叉性,要设计出性能优良、方案合理的运载火箭,弹道设计必须和运载火箭总体、控制系统总体乃至航天发射系统形成一体化的设计过程,并研究其设计方法。

4.3 弹道设计与仿真软件的开发与研制

弹道设计是连接任务构想与工程实现的桥梁,而弹道设计与仿真软件,则是搭建桥梁的基石。

计算机软件技术的发展是推进科学技术(包括航天技术)发展的巨大技术动力。近年来,随着我国载人航天、探月工程、北斗导航等重大航天工程的推进,目前已基本掌握各类飞行器弹、轨道设计仿真,控制系统建模与设计的基本理论和方法,并且通过自主创新形成了覆盖各类飞行任务的弹、轨道设计仿真的专用软件,支撑了国家航天重大工程的顺利完成。

但这些弹道软件的型号属性过重,专用性太强,不利于技术的固化,限制了技术的快速拓展和便捷应用,无形中提高了弹道设计人员的技术准入门槛,增加了很多额外的工作量。当前国家工业化和信息化正在深度融合,航天弹、轨道设计自主工业软件的研制迎来了发展机遇期。通过我国“天际”通用飞行器弹、轨道设计仿真软件的研制,将形成一套通用飞行器弹、轨道设计仿真软件产品,具备运载火箭、航天器、大气层内机动弹道设计与仿真、飞行器控制系统建模与设计能力。通过持续建设将有效推动总体设计技术标准化和自主化发展,有力促进航天领域关键技术的进步和积累,提高航天任务分析与设计的水平和效率,推动航天技术的标准化、商业化和自主化发展。

5 结束语

航天技术的发展是没有止境的,正如航天先驱者齐奥尔科夫斯基所说,最先出现的总是思想,接着是严密的研究和探索,最后这些思想得以实现。目前航天技术领域的新思想、新概念不断涌现,近几十年来与飞行力学相关的学科也有了飞速的发展,如现代控制理论、最优化理论、分布式仿真技术、在线参数辨识等。我们目前的弹道研究工作还是很不够的,必须要有开放的态度和发展的眼光开展相应的研究和设计工作,不断提高运载火箭弹道学的水平,不断提升现有的工作能力,使我们弹道设计人员能够适应、支撑和引领中国航天运载火箭总体设计的未来发展。

参考文献

- [1] 龙乐豪,李平岐,秦旭东,等.我国航天运输系统60年发展回顾[J].宇航总体技术,2018,2(2):1-6.
- [2] 李福昌,余梦伦,朱维增.运载火箭及总体设计要求概论(三)——运载火箭总体设计(续)[J].航天标准化,2003(1):41-45.

- [3] 龙乐豪. 总体设计(上册)[M]. 北京: 宇航出版社, 1989.
- [4] 余梦伦. 余梦伦院士文集[M]. 北京: 中国宇航出版社, 2019.
- [5] 余梦伦. 我国航天运载弹道学的发展和展望[J]. 中国青年科技, 2000(12): 38-41.
- [6] 韩雪颖, 马英, 程兴, 等. 运载火箭推力故障下的弹道重构策略研究[J]. 导弹与航天运载技术, 2019(2): 7-11, 26.

引用格式: 余梦伦, 刘银, 张志国. 弹道学在运载火箭总体设计中的实践与展望[J]. 宇航总体技术, 2023, 7(2): 13-22.

Citation: Yu M L, Liu Y, Zhang Z G. Practice and prospects of trajectory in the system design of launch vehicle [J]. Astronautical Systems Engineering Technology, 2023, 7(2): 13-22.