

# 基于追逃博弈的非合作目标接近控制

柴源<sup>1,2</sup>, 罗建军<sup>1,2</sup>, 王明明<sup>1,2</sup>, 韩楠<sup>1,2</sup>

(1. 西北工业大学航天飞行动力学技术重点实验室, 西安 710072;  
2. 西北工业大学青岛研究院, 青岛 266200)

**摘要:** 针对追踪航天器接近非合作目标任务中的相对位置控制问题, 提出了一种基于线性二次型追逃博弈的控制方法。首先, 将非合作目标接近问题转化为二人追逃博弈问题, 并设计了二次型目标函数。其次, 结合相对运动模型, 建立了线性二次型追逃博弈模型。为得到纳什均衡策略, 将HJ方程转化为代数黎卡提方程, 并给出了李雅普诺夫迭代法对其求解。最后, 对博弈控制方法的有效性进行仿真验证, 结果表明, 该方法能够在非合作目标机动时实现轨道接近控制。

**关键词:** 相对运动; 追逃博弈; 非合作目标

中图分类号: V448.2

文献标志码: A

文章编号: 2096-4080 (2020) 01-0030-09

## Pursuit-Evasion Game Control for Approaching Space Non-Cooperative Target

CHAI Yuan<sup>1,2</sup>, LUO Jianjun<sup>1,2</sup>, WANG Mingming<sup>1,2</sup>, HAN Nan<sup>1,2</sup>

(1. National Key Laboratory of Aerospace Flight Dynamics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China;  
2. Qingdao Research Institute, Northwestern Polytechnical University, Qingdao 266200, China)

**Abstract:** A linear quadratic differential game control method based on pursuit-evasion game theory is proposed for a chasing spacecraft approaching a non-cooperative target. Firstly, based on the analysis of approaching non-cooperative target, the relative orbit control problem is formulated into a two-player pursuit-evasion game. According to the control requirements of optimal consumption and high-accuracy approaching, the quadratic performance index function is designed. Secondly, combining the linearized relative motion model between chasing spacecraft and non-cooperative target, a linear quadratic pursuit-evasion game model is established. Then, the HJ equation is transformed into algebra Riccati equations which can be solved by Lyapunov iterations to get the Nash equilibrium strategy. Finally, the simulation results show that the linear quadratic pursuit-evasion control can achieve orbital proximity even if the non-cooperative target maneuvers.

**Key words:** Relative orbit motion; Pursuit-evasion game; Non-cooperative target

### 0 引言

空间自主交会是航天领域的一大研究热点。

随着航天技术的不断进步, 合作目标的自主交会技术已经比较成熟, 并成功应用于空间站、在轨服务等多种空间任务中。目前, 空间非合作目标

收稿日期: 2019-09-06; 修订日期: 2019-11-29

基金项目: 国家自然科学基金重大项目 (61690210, 61690211); 青岛市源头创新计划 (18-2-2-14-jch)

通信作者简介: 罗建军 (1965-), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为航天飞行动力学与控制的研究。

E-mail: jlluo@nwpu.edu.cn

如故障卫星、空间垃圾等的自主接近引起了学者的广泛关注<sup>[1]</sup>。

非合作目标由于其非合作性,具有如下特征:信息层面不沟通、机动行为不配合、先验知识不完备等。因此在设计追踪航天器的轨道控制方法时需要综合考虑接近过程中的不确定性。针对非合作目标接近问题,目前已经开展了部分研究工作。根据建模方法的不同可将已有研究分为 3 种:基于视线坐标系的建模与控制、基于目标轨道坐标系的建模与控制、基于追踪航天器轨道坐标系的建模与控制。在目标轨道坐标系下,王洪宇等<sup>[2]</sup>提出了一种全局鲁棒最优滑模控制器来克服非合作目标所带来的不确定性。但是由于目标航天器的轨道半径和速度无法直接得到,基于目标坐标系的建模具有局限性。在基于视线坐标系的建模与控制方面,陈统等<sup>[3]</sup>建立了姿轨联合运动模型,并结合具有鲁棒性的模糊控制理论实现对非合作目标的接近;殷泽阳等<sup>[4]</sup>提出了低复杂度预设性能控制方法,实现在未知系统参数情况下的快速高精度目标接近,但是基于视线坐标系的建模为非线性模型,增加了控制求解难度。在追踪航天器轨道坐标系下,卢山等<sup>[5]</sup>设计了针对自主交会和拦截两种接近模式的基于李雅普诺夫的控制律;郭永等<sup>[6]</sup>基于人工势场法与蔓叶线理论的障碍物模型,提出了可以避障的滑模控制器。该坐标系下,追踪航天器可以基于自身的轨道信息及星载传感器测量得到相对位置和速度信息等进行控制器设计,更加方便简洁。因此,本文采用基于追踪航天器轨道坐标系的相对运动模型,以便于控制律的设计。

根据上述分析,多数设计方法都是通过提高控制器的鲁棒性来克服非合作目标的机动以及外界干扰等。但是由于非合作目标机动上界的不确定,控制器的设计存在保守性,不利于燃料的优化和接近精度的提高。

博弈论研究的是多个参与者的最优控制与决策问题,其中每一位参与者通过各自目标函数的优化获得控制策略<sup>[7]</sup>。近年来,博弈控制方法在各种工程问题的研究中也得到了应用。Abouheaf 等<sup>[8]</sup>、Lin<sup>[9]</sup>和 Mylvaganam 等<sup>[10]</sup>将博弈控制方法应用到多智能体一致性、编队和避障等问题中。韩楠等<sup>[11]</sup>利用微分博弈实现了多颗微小卫星对失效航天器的姿态接管控制。Innocenti 等<sup>[12]</sup>利用基

于状态相关里卡提方程 SDRE 的非合作微分博弈控制实现交会任务。追逃博弈研究追捕者与逃逸者以不同的策略完成追捕任务的协调过程<sup>[13]</sup>。Bardhan 等<sup>[14]</sup>基于追逃博弈设计了导弹拦截导引律,Li 等<sup>[15]</sup>将近圆轨道上的两个航天器追逃问题转化为两点边值优化问题进行求解。因此,本文将非合作目标视为理性的博弈参与者,设计追踪航天器的追逃博弈控制方法,从而实现非合作目标的精确接近。为了简化纳什均衡的求解,追逃博弈模型选择线性二次型微分博弈模型<sup>[16]</sup>,以得到控制策略的显式表达式,便于在线应用。

本文介绍了追踪航天器的追逃博弈控制器的设计思路,基于追踪航天器和非合作目标的轨道相对运动模型,设计了与相对距离和能耗有关的目标函数,并建立了二者的追逃博弈模型,推导了追逃博弈的均衡策略,并给出了策略求解算法,通过数值仿真验证了非合作目标接近的追逃博弈控制方法的有效性。

文中涉及的数学符号为: $\mathbf{A} > 0$  表示  $\mathbf{A}$  为正定矩阵, $\mathbf{A} \geq 0$  表示  $\mathbf{A}$  为半正定矩阵。 $\mathbf{I}_n$  表示  $n \times n$  的单位矩阵。 $\mathbf{0}_n$  表示  $n \times n$  的全零矩阵。 $\mathbf{A}^T$ 、 $\mathbf{a}^T$  分别表示矩阵  $\mathbf{A}$ 、矢量  $\mathbf{a}$  的转置。 $\nabla(\cdot) = \partial(\cdot) / \partial \mathbf{x}$  表示偏微分运算。

## 1 设计思路

本文面向非合作目标接近的轨道控制问题,试图提出一种基于线性二次型追逃博弈的控制方法。追逃博弈将参与双方定义为追踪者和逃脱者,在博弈过程中各博弈方均以己方最大利益为目标,一方的得益必然导致另一方的损失,二者的得失总和为 0<sup>[14]</sup>。将非合作目标接近问题描述为追逃博弈问题,其中追踪航天器扮演追踪者,非合作目标扮演逃避者。要接近非合作目标,一方面,追踪航天器要选择其控制策略以调节到某种状态,并尽量减少博弈过程中的燃料消耗。另一方面,理性的非合作目标试图调节到使追踪航天器难以追上的状态,选择其控制策略的同时将自身燃料消耗降至最低。将二者互相冲突的目标归纳为追逃博弈的目标函数

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (\mathbf{X}^T \mathbf{Q} \mathbf{X} + \mathbf{u}^T \mathbf{R}_u \mathbf{u} - \mathbf{v}^T \mathbf{R}_v \mathbf{v}) d\tau \quad (1)$$

式中, $\mathbf{X}$  为相对状态量,具体含义在下文给出。 $\mathbf{u}$  为追踪者的控制量, $\mathbf{v}$  为逃逸者的控制量。 $\mathbf{Q} >$

0,  $\mathbf{R}_u > 0$ ,  $\mathbf{R}_v > 0$  均为对称矩阵。追踪航天器的目标是最小化  $J$ , 而非合作目标则期望最大化  $J$ 。

在考虑二者动力学约束的情况下, 通过优化二者的目标函数, 建立追逃博弈模型:

$$J^* = \min_u \max_v J \quad (2)$$

$$\text{s. t. } \dot{x} = f(x) + b_u(x)u + b_v(x)v, x(0) = x_0$$

通过建立在追踪航天器上的轨道相对运动方程, 将非合作目标轨道接近的任务要求转化为追逃博弈控制优化问题中的动力学约束。通过最优化问题的求解得到纳什均衡控制策略, 追踪航天器尽可能在燃耗最小的情况下实现非合作目标的接近。

## 2 非合作目标接近的追逃博弈建模

空间非合作目标接近问题涉及两个近距离航天器间的轨道运动, 本节先给出追踪航天器轨道坐标系下追踪航天器和非合作目标的相对运动模型, 之后建立二者的追逃博弈模型。

### 2.1 相对运动建模

本文中下标  $e$  和  $p$  分别代指非合作目标和追踪航天器。在惯性坐标系下, 非合作目标追踪航天器的轨道运动方程分别为

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \mathbf{r}_e}{dt^2} &= -\frac{\mu}{\|\mathbf{r}_e\|^3} \mathbf{r}_e + \mathbf{u}_e \\ \frac{d^2 \mathbf{r}_p}{dt^2} &= -\frac{\mu}{\|\mathbf{r}_p\|^3} \mathbf{r}_p + \mathbf{u}_p \end{aligned} \quad (3)$$

式中,  $\mathbf{r}_p$  和  $\mathbf{r}_e$  分别为追踪航天器和非合作目标在惯性坐标系下的位置矢量;  $\mathbf{u}_p$  和  $\mathbf{u}_e$  分别为追踪航天器和非合作目标的控制加速度;  $\mu$  为地球引力常数,  $\mu = 3.986 \times 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$ 。

定义追踪航天器和非合作目标的相对位置为

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_e - \mathbf{r}_p \quad (4)$$

则惯性坐标系下的相对运动方程为

$$\frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = \frac{\mu}{\|\mathbf{r}_p\|^3} \left( \mathbf{r}_p - \frac{\|\mathbf{r}_p\|^3}{\|\mathbf{r}_e\|^3} \mathbf{r}_e \right) - \mathbf{u}_p + \mathbf{u}_e \quad (5)$$

将式(5)投影在追踪航天器本体坐标系中可得

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} &= -2\omega_p \times \dot{\mathbf{r}} - \dot{\omega}_e \times \mathbf{r} - \omega_e \times (\omega_e \times \mathbf{r}) + \\ &\frac{\mu}{\|\mathbf{r}_p\|^3} \left( \mathbf{r}_p - \frac{\|\mathbf{r}_p\|^3}{\|\mathbf{r}_e\|^3} \mathbf{r}_e \right) - \mathbf{u}_p + \mathbf{u}_e \end{aligned} \quad (6)$$

式中,  $\omega_e$  和  $\omega_p$  分别表示二者的轨道角速度,  $\mathbf{r}$  表示惯性系下的位置矢量。

在二者相对距离和非合作目标地心距之比足

够小, 即  $r \ll r_e$  的条件下,  $\mathbf{r}_e = \mathbf{r} + \mathbf{r}_p$  的2阶及高阶泰勒展开项可忽略不计, 则相对轨道运动方程写成状态空间形式

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}_p \mathbf{u}_p + \mathbf{B}_e \mathbf{u}_e \quad (7)$$

其中,  $\mathbf{x} = [\mathbf{r}^T, \dot{\mathbf{r}}^T]^T \in \mathbf{R}^6$ , 且

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} \mathbf{0}_3 & \mathbf{I}_3 \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{6 \times 6}; \mathbf{B}_p = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_3 \\ -\mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{6 \times 3}; \\ \mathbf{B}_e &= \begin{bmatrix} \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{6 \times 3} \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{21} &= \begin{bmatrix} \omega_p^2 + 2\mu/\|\mathbf{r}_p\|^3 & \dot{\omega}_p & 0 \\ -\dot{\omega}_p & \omega_p^2 - \mu/\|\mathbf{r}_p\|^3 & 0 \\ 0 & 0 & -\mu/\|\mathbf{r}_p\|^3 \end{bmatrix}; \\ \mathbf{A}_{22} &= \begin{bmatrix} 0 & 2\omega_p & 0 \\ -2\omega_p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

其中

$$\omega_p = \frac{(1 + e \cos \theta)^2}{(1 - e^2)^{\frac{3}{2}}} \sqrt{\frac{\mu}{a^3}}, \dot{\omega}_p = -\frac{2\mu(1 + e \cos \theta)^3 e \sin \theta}{a^3(1 - e^2)^3}$$

若追踪航天器的轨道偏心率是小量, 则轨道角速度接近轨道平均角速度  $\omega_0 = \sqrt{\frac{\mu}{\|\mathbf{r}_p\|^3}}$ , 轨道角加速度趋近于0, 则

$$\mathbf{A}_{21} = \begin{bmatrix} 3\omega_0^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\omega_0^2 \end{bmatrix}; \mathbf{A}_{22} = \begin{bmatrix} 0 & 2\omega_0 & 0 \\ -2\omega_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

式(7)为非合作目标和追踪航天器之间的相对运动方程。由于目标航天器为非合作目标, 无法得到其轨道信息, 因此坐标系建立在追踪航天器上。追踪航天器可以基于自身的轨道信息及星载传感器测量得到相对位置和速度信息, 以便进行博弈问题的建模和求解。

### 2.2 追逃博弈建模

追逃博弈由以下3个要素构成: 博弈参与者  $N = \{p, e\}$ 、各参与者容许策略集  $\mathcal{U}_i$ 、参与者目标函数  $J$ <sup>[7]</sup>。为满足非合作目标接近的任务要求, 设计如下目标函数

$$J_p = \int_0^{\infty} (\mathbf{x}^T \mathbf{Q}_i \mathbf{x} + \mathbf{u}_p^T \mathbf{R}_p \mathbf{u}_p - \mathbf{u}_e^T \mathbf{R}_e \mathbf{u}_e) dt$$

$$J_e = -J_p \quad (8)$$

其中,  $\mathbf{Q} \in \mathbf{R}^{6 \times 6}$ 、 $\mathbf{R}_p \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$ 、 $\mathbf{R}_e \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$  为对称正定的加权矩阵。

非合作目标和追踪航天器进行追逃博弈时,二者通过独立优化各自目标函数(8)来获得控制策略。该策略称为纳什均衡,其定义如下:

**定义 1** 纳什均衡<sup>[16]</sup>: 对于由式(8)所定义的目标函数来说,控制策略  $\mathbf{u}^* = \{\mathbf{u}_p^*, \mathbf{u}_e^*\}$  为纳什均衡策略当且仅当下述不等式成立

$$J(\mathbf{u}_p^*, \mathbf{u}_e) \leq J(\mathbf{u}_p^*, \mathbf{u}_e^*) \leq J(\mathbf{u}_p, \mathbf{u}_e^*), \forall \mathbf{u}_i \in \mathcal{U}_i \quad (9)$$

其中  $\mathcal{U}_i$  为参与者  $i$  的容许控制策略集。

当追踪航天器选择了纳什均衡策略  $\mathbf{u}_p^*$ , 而非理性的非合作目标执行纳什均衡策略之外的任意策略  $\mathbf{u}_e$ , 则非合作目标的目标函数会受到损失。

对应于可行控制策略集  $\mathbf{u}_i \in \mathcal{U}_i$  的值函数为

$$V(\mathbf{x}, \mathbf{u}_p, \mathbf{u}_e) = \int_0^{t_f} (\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \mathbf{u}_p^T \mathbf{R}_p \mathbf{u}_p - \mathbf{u}_e^T \mathbf{R}_e \mathbf{u}_e) d\tau \quad (10)$$

则非合作目标接近的追逃博弈问题可由下式描述

$$V^* = \min_{\mathbf{u}_p \in \mathcal{U}_p} \max_{\mathbf{u}_e \in \mathcal{U}_e} V \quad (11)$$

$$\text{s. t. } \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{B}_p \mathbf{u}_p + \mathbf{B}_e \mathbf{u}_e, \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0$$

追踪航天器通过求解上述优化问题,得到追逃博弈的纳什均衡策略,以实现非合作目标的接近。

### 3 非合作目标接近的博弈控制策略

本节先给出追逃博弈控制策略的状态反馈表达式,之后给出李亚普诺夫迭代法进行状态反馈矩阵的求解。

#### 3.1 追逃博弈控制策略

值函数的微分等价于

$$0 = \frac{1}{2} (\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \mathbf{u}_p^T \mathbf{R}_p \mathbf{u}_p - \mathbf{u}_e^T \mathbf{R}_e \mathbf{u}_e) + (\nabla V)^T (\mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{B}_p \mathbf{u}_p + \mathbf{B}_e \mathbf{u}_e) \quad (12)$$

其中,  $V(0) = 0$ 。

定义哈密顿函数为

$$H(\mathbf{x}, \mathbf{u}_p, \mathbf{u}_e) = \frac{1}{2} (\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \mathbf{u}_p^T \mathbf{R}_p \mathbf{u}_p - \mathbf{u}_e^T \mathbf{R}_e \mathbf{u}_e) + (\nabla V)^T (\mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{B}_p \mathbf{u}_p + \mathbf{B}_e \mathbf{u}_e) \quad (13)$$

对应最优值函数的反馈控制策略为

$$\begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial \mathbf{u}_p} = 0 &\Rightarrow \mathbf{u}_p^* = -\mathbf{R}_p^{-1} \mathbf{B}_p^T \nabla V^* \\ \frac{\partial H}{\partial \mathbf{u}_e} = 0 &\Rightarrow \mathbf{u}_e^* = \mathbf{R}_e^{-1} \mathbf{B}_e^T \nabla V^* \end{aligned} \quad (14)$$

将其代哈密顿函数中可得 HJ 方程为

$$0 = \frac{1}{2} \mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + (\nabla V^*)^T \mathbf{A} \mathbf{x} - \frac{1}{2} (\nabla V^*)^T \mathbf{B}_p \mathbf{R}_p^{-1} \cdot \mathbf{B}_p^T \nabla V^* + \frac{1}{2} (\nabla V^*)^T \mathbf{B}_e \mathbf{R}_e^{-1} \mathbf{B}_e^T \nabla V^* \quad (15)$$

其中,  $V^*(0) = 0$ 。

假设最优值函数在状态  $\mathbf{x}(t)$  下有线性二次型形式的解

$$V^*(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \mathbf{x}^T \mathbf{P} \mathbf{x} \quad (16)$$

则追踪航天器和非合作目标对应的纳什均衡反馈控制策略为

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_p &= -\mathbf{R}_p^{-1} \mathbf{B}_p^T \mathbf{P} \mathbf{x} \\ \mathbf{u}_e &= \mathbf{R}_e^{-1} \mathbf{B}_e^T \mathbf{P} \mathbf{x} \end{aligned} \quad (17)$$

则 HJ 方程可以整理为

$$0 = \frac{1}{2} \mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \mathbf{x}^T \mathbf{P} \mathbf{A} \mathbf{x} - \frac{1}{2} \mathbf{x}^T \mathbf{P} \mathbf{B}_p \mathbf{R}_p^{-1} \mathbf{B}_p^T \mathbf{P} \mathbf{x} + \frac{1}{2} \mathbf{x}^T \mathbf{P} \mathbf{B}_e \mathbf{R}_e^{-1} \mathbf{B}_e^T \mathbf{P} \mathbf{x} \quad (18)$$

整理得

$$0 = \mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A} + \mathbf{Q} - \mathbf{P} \mathbf{B}_p \mathbf{R}_p^{-1} \mathbf{B}_p^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{B}_e \mathbf{R}_e^{-1} \mathbf{B}_e^T \mathbf{P} \quad (19)$$

通过对上述代数黎卡提方程(19)进行求解,可以得到对称正定矩阵  $\mathbf{P}$ ,从而根据式(17)得到状态反馈控制策略。

本文控制策略与传统的线性二次型调节器(LQR)方法有相似之处。LQR方法是现代控制理论中较成熟的一种状态空间设计法,针对线性系统,设计与系统状态和控制输入相关的二次型目标函数

$$J_{lqr} = \int_0^{t_f} (\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u}) d\tau \quad (20)$$

利用动态规划推导得到代数黎卡提方程

$$0 = \mathbf{A}^T \mathbf{K} + \mathbf{K} \mathbf{A} + \mathbf{Q} - \mathbf{K} \mathbf{B}_p \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}_p^T \mathbf{K} \quad (21)$$

从而得到状态反馈的最优控制律

$$\mathbf{u}_p = -\mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}_p^T \mathbf{K} \mathbf{x} \quad (22)$$

但是本文的控制策略是基于追逃博弈得到的,考虑最优性的同时,比传统的 LQR 控制有更好的鲁棒性。

#### 3.2 控制策略求解

代数黎卡提方程(19)的求解已有丰富的研究成果<sup>[17]</sup>,本文采用李雅普诺夫迭代法进行计算。该方法将代数黎卡提方程解耦为李雅普诺夫方程来独立运算,算法速度快,准确性高。

迭代算法

$$\begin{aligned} & (\mathbf{A} - \mathbf{S}_p \mathbf{P}^{(k)})^T \mathbf{P}^{(k+1)} + \mathbf{P}^{(k+1)} (\mathbf{A} - \mathbf{S}_p \mathbf{P}^{(k)}) = \\ & - (\mathbf{Q} + \mathbf{P}^{(k+1)} \mathbf{S}_p \mathbf{P}^{(k+1)} + \mathbf{P}^{(k+1)} \mathbf{S}_e \mathbf{P}^{(k+1)}), \\ & k = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (23)$$

初值选择

$$0 = \mathbf{A}^T \mathbf{P}^{(0)} + \mathbf{P}^{(0)} \mathbf{A} + \mathbf{Q} - \mathbf{P}^{(0)} \mathbf{S}_p \mathbf{P}^{(0)} \quad (24)$$

其中,  $\mathbf{S}_p = \mathbf{B}_p \mathbf{R}_p^{-1} \mathbf{B}_p^T$ ,  $\mathbf{S}_e = \mathbf{B}_e \mathbf{R}_e^{-1} \mathbf{B}_e^T$ 。

通过迭代求解李亚普诺夫方程式 (20) 和式 (21) 可以得到矩阵  $\mathbf{P}$ 。

#### 4 仿真算例及结果分析

为了突出本控制器的优势, 本节将基于追逃博弈的控制方法与传统 LQR 控制进行对比, 通过 3 组数值仿真算例验证基于追逃博弈的控制方法应用于非合作目标接近问题的有效性。假设追踪航天器初始时刻相对于非合作目标的位置为  $\mathbf{r} = [300, 150, -100]^T \text{m}$ , 追踪航天器进行非合作目标逼近, 最终二者的相对运动状态为 0。追踪航天器的控制加速度幅值约束为  $\mathbf{u}_{\max} = 5 \text{m/s}^2$ 。仿真轨道初始值如表 1 所示。

表 1 初始轨道参数

Tab. 1 Initial orbit parameters

轨道参数	追踪航天器	非合作目标
半长轴/km	6720804	6721004
偏心率	0	0
倾角/ (°)	52.01	52
升交点赤经/ (°)	29.99	30
近地点幅角/ (°)	0.001	0
真近点角/ (°)	0.19746	0.2

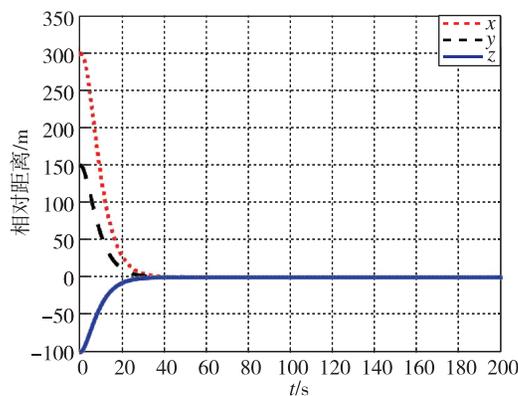


图 1 相对距离随时间变化曲线 (本文)

Fig. 1 Relative distance by game

**算例 1** 假设空间非合作目标不存在机动。该工况相对理想, 用于检验所提出控制方法的可行性。本文方法选择权重矩阵为:  $\mathbf{Q} = 10^{-5} \mathbf{I}_6$ ,  $\mathbf{R}_p = 0.01 \mathbf{I}_3$ ,  $\mathbf{R}_e = 0.02 \mathbf{I}_3$ 。LQR 方法选择权重矩阵为:  $\mathbf{Q} = 10^{-5} \mathbf{I}_6$ ,  $\mathbf{R} = 0.01 \mathbf{I}_3$ 。仿真时间为 200s, 仿真步长为 0.1s。

图 1 和图 3 分别为本文提出的方法在接近过程中, 非合作目标和追踪航天器相对距离和相对速度随时间的变化曲线。图 2 和图 4 分别为 LQR 提出的方法在接近过程中, 非合作目标和追踪航天器相对距离和相对速度随时间的变化曲线。经过约 40s, 两种控制器均使追踪航天器与非合作目标的相对距离稳定在 0.5m 左右。

图 5 和图 6 分别为两种控制器下追踪航天器的控制加速度随时间变化曲线。可以看出, 在整个非合作目标接近过程中, 初始相对距离较远, 接近非合作目标所需控制力较大, 随着相对距离的减小, 控制力逐渐减少并趋于 0。通过上述分析, 在非合作目标无机动的理想情况下, 两种方法均可实现对非合作目标的接近。

**算例 2** 假设非合作目标的未知机动为纳什均衡策略。该工况下, 非合作目标为理性的博弈参与者, 有意识地与追踪航天器对抗。假设非合作目标的最大控制加速度  $\mathbf{u}_{\max} = 2 \text{m/s}^2$ 。本文方法选择加权矩阵为:  $\mathbf{Q} = 10^{-5} \mathbf{I}_6$ ,  $\mathbf{R}_p = 0.01 \mathbf{I}_3$ ,  $\mathbf{R}_e = 0.02 \mathbf{I}_3$ 。LQR 方法选择目标函数中的矩阵为:  $\mathbf{Q} = 10^{-5} \mathbf{I}_6$ ,  $\mathbf{R}_p = 0.01 \mathbf{I}_3$ 。仿真时间为 200s, 仿真步长为 0.1s。

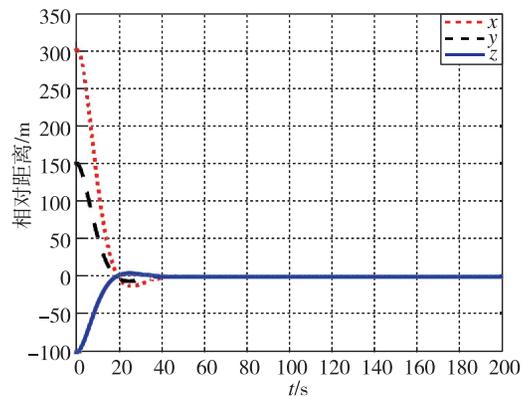


图 2 相对距离随时间变化曲线 (LQR)

Fig. 2 Relative distance by LQR

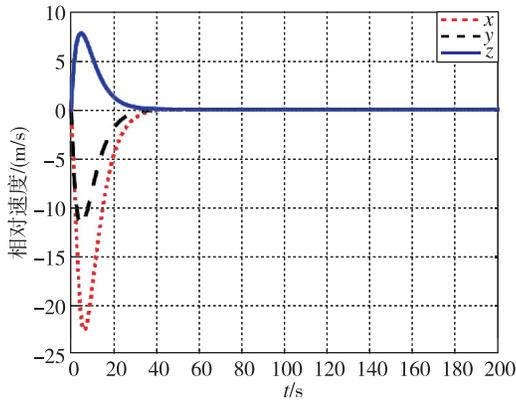


图 3 相对速度随时间变化曲线 (本文)

Fig. 3 Relative velocity by game

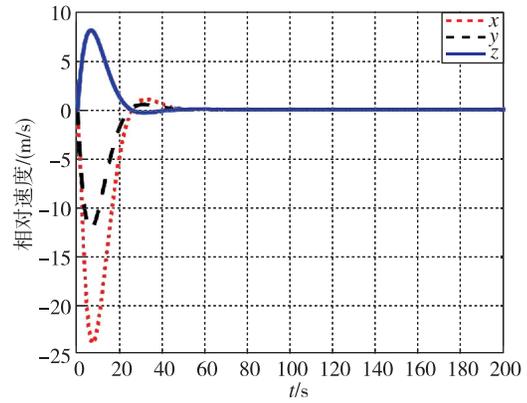


图 4 相对速度随时间变化曲线 (LQR)

Fig. 4 Relative velocity by LQR

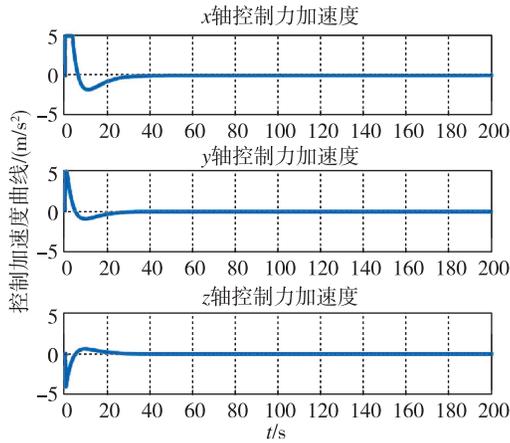


图 5 控制加速度随时间变化曲线 (本文)

Fig. 5 Control acceleration by game

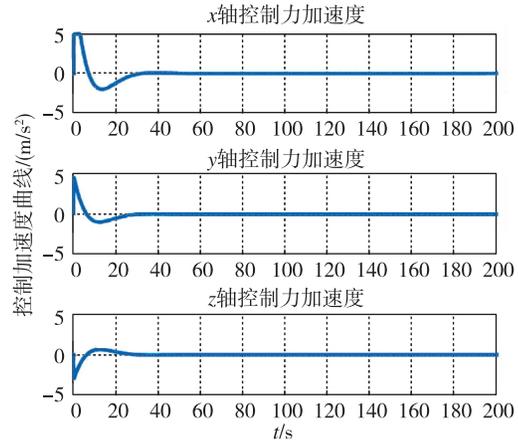


图 6 控制加速度随时间变化曲线 (LQR)

Fig. 6 Control acceleration by LQR

图 7 和图 8 为追逃博弈方法与 LQR 方法分别作用下的相对位置变化图。图 9 和图 10 为两种控制分别作用下的相对速度变化图。可以看出,在非合作目标采取纳什均衡策略时,本文所提出的方法能够快速平滑地使相对距离收敛到 0.5m 左右的稳定值。而 LQR 方法则是震荡收敛状态,所需时间较长。

图 11 和图 12 分别为两种控制器下追踪航天器的控制加速度随时间变化曲线。可以看出,基于追逃博弈的控制方法可以在能耗较少的情况下快速收敛到 0。对比二者的目标函数,在二者都采取纳什均衡策略的情况下,即基于追逃博弈的控制下,  $J^* = 104$ ; 而在 LQR 控制下,  $J^* = 141$ , 由此也可以验证式 (9) 的右不等式成立。

算例 3 假设非合作目标存在未知机动<sup>[4]</sup>:

$$\mathbf{u}_e = \begin{bmatrix} \cos(t\pi/100) \\ \cos(t\pi/100) \\ \cos(t\pi/100) \end{bmatrix} \text{m/s}^2$$

本文方法选择权重矩阵为:  $\mathbf{Q} = 10^{-5}\mathbf{I}_6$ ,  $\mathbf{R}_p = 0.01\mathbf{I}_3$ ,  $\mathbf{R}_e = 0.008\mathbf{I}_3$ 。LQR 方法选择权重矩阵为:  $\mathbf{Q} = 10^{-5}\mathbf{I}_6$ ,  $\mathbf{R}_p = 0.01\mathbf{I}_3$ 。仿真时间为 200s, 仿真步长为 0.1s。

在本工况下,图 13 和图 14 为追逃博弈方法与 LQR 方法分别作用下的相对位置变化图。图 15 和图 16 为两种控制方法下的相对速度变化图。可以看出,尽管非合作目标存在未知机动,追逃博弈的控制方法仍可以实现状态的收敛,精度在 1m 左右。而 LQR 方法鲁棒性不足,无法实现非合作目标的接近。

图 17 和图 18 分别为两种控制器下追踪航天器的控制加速度随时间变化曲线。可以看出,控制加速度持续并不为 0,而是随着非合作目标的运动震荡。

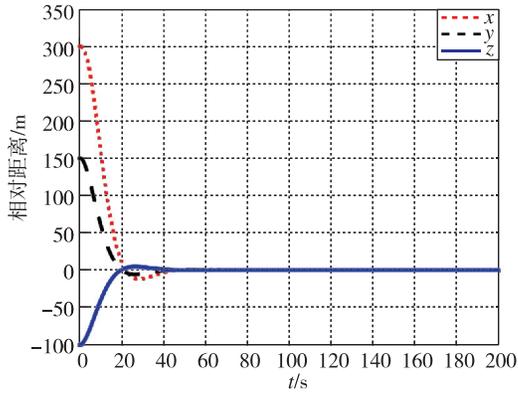


图 7 相对距离随时间变化曲线 (本文)

Fig. 7 Relative distance by game

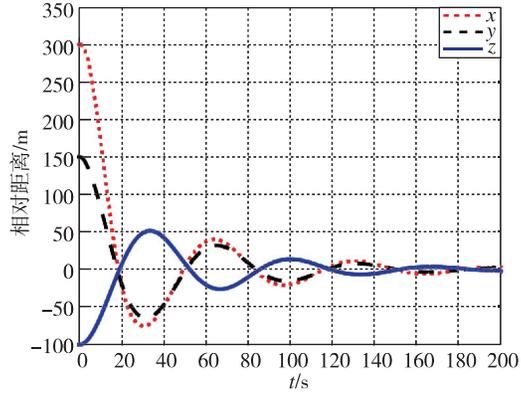


图 8 相对距离随时间变化曲线 (LQR)

Fig. 8 Relative distance by LQR

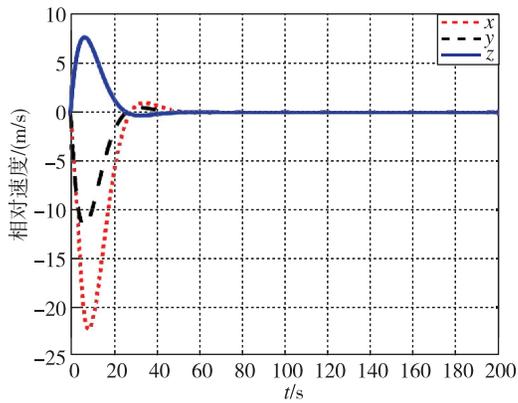


图 9 相对速度随时间变化曲线 (本文)

Fig. 9 Relative velocity by game

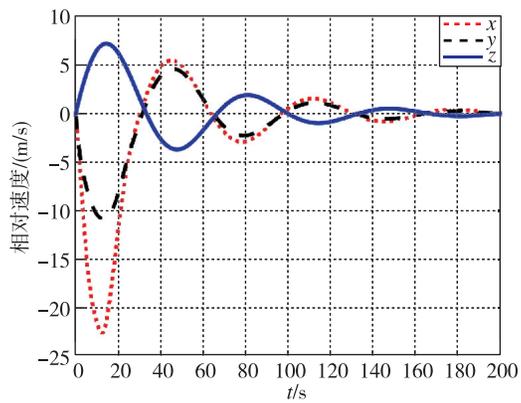


图 10 相对速度随时间变化曲线 (LQR)

Fig. 10 Relative velocity by LQR

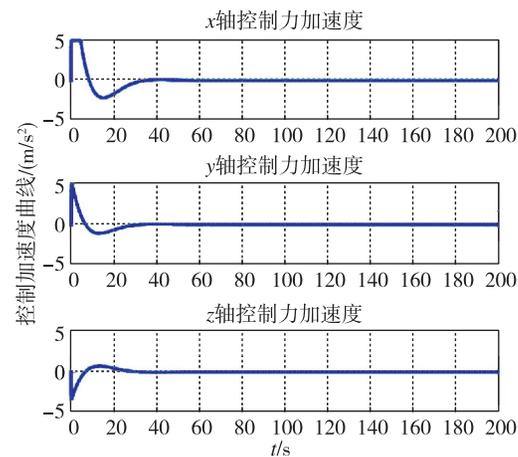


图 11 控制加速度随时间变化曲线 (本文)

Fig. 11 Control acceleration by game

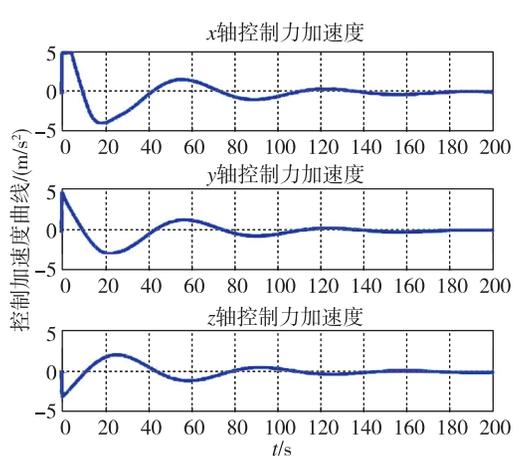


图 12 控制加速度随时间变化曲线 (LQR)

Fig. 12 Control acceleration by LQR

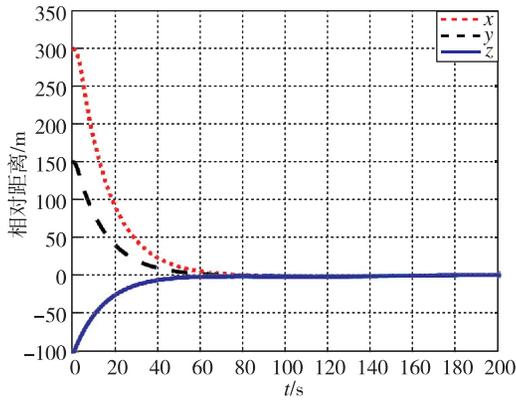


图 13 相对距离随时间变化曲线 (本文)

Fig. 13 Relative distance by game

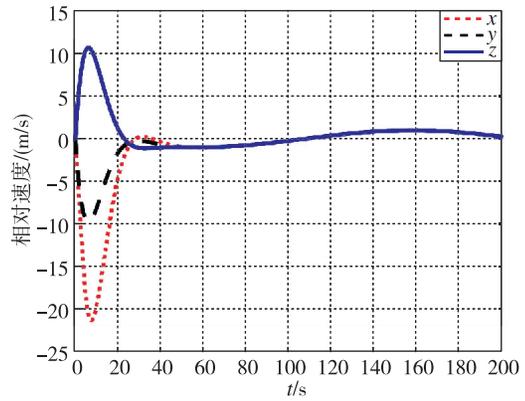


图 14 相对距离随时间变化曲线 (LQR)

Fig. 14 Relative distance by LQR

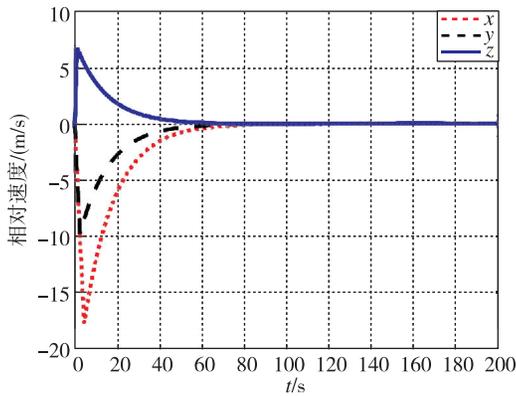


图 15 相对速度随时间变化曲线 (本文)

Fig. 15 Relative velocity by game

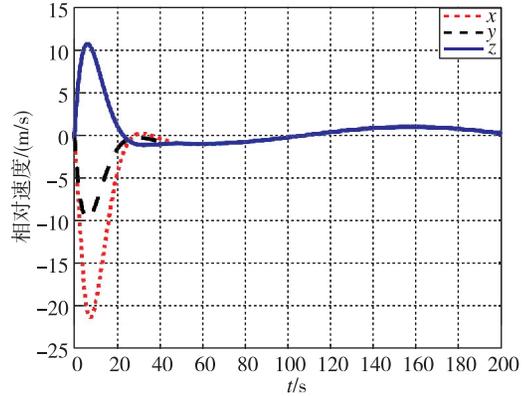


图 16 相对速度随时间变化曲线 (LQR)

Fig. 16 Relative velocity by LQR

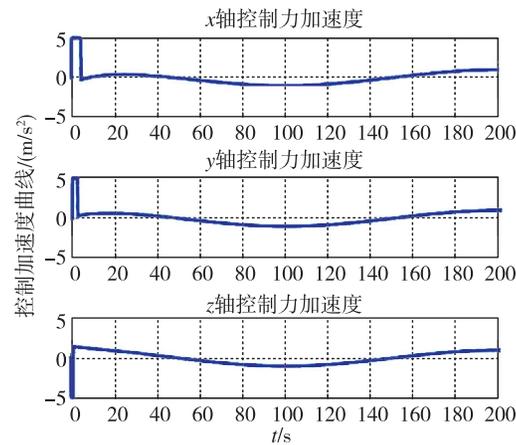


图 17 控制加速度随时间变化曲线 (本文)

Fig. 17 Control acceleration by game

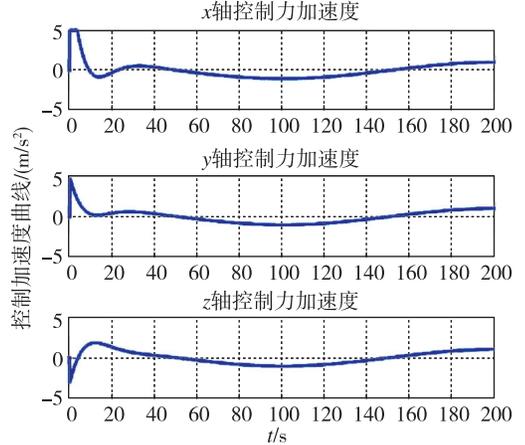


图 18 控制加速度随时间变化曲线 (LQR)

Fig. 18 Control acceleration by LQR

### 5 结论

本文针对空间非合作目标的接近控制问题, 基于追逃博弈方法设计了追踪航天器的轨道控制

器。面向非合作目标接近的任务要求, 合理设计了博弈的目标函数, 并结合二者的动力学约束, 实现了对非合作目标和追踪航天器之间追逃博弈的数学描述。结合线性化动力学, 通过优化二次

型目标函数, 得到线性二次型追逃博弈的纳什均衡解策略。基于追逃博弈的控制策略具有显式表达式, 方便工程应用。数值仿真验证了本文设计的追逃博弈控制方法对于存在未知机动的非合作目标的有效性。本文未考虑接近过程中的姿态运动, 后续研究将进一步考虑能够实现非合作目标接近的姿轨联合博弈控制。

### 参考文献

- [1] 梁斌, 杜晓东, 李成, 等. 空间机器人非合作航天器在轨服务研究进展 [J]. 机器人, 2012, 34 (2): 242-256.
- [2] 王洪宇, 杨雪勤, 贡鑫. 空间非合作目标近程自主跟踪的全局鲁棒最优滑模控制研究 [J]. 上海航天, 2017, 34 (3): 88-94.
- [3] 陈统, 徐世杰. 非合作式自主交会对接的终端接近模糊控制 [J]. 宇航学报, 2006, 27 (3): 416-421.
- [4] 殷泽阳, 罗建军, 魏才盛, 等. 非合作目标接近与跟踪的低复杂度预设性能控制 [J]. 宇航学报, 2017, 38 (8): 855-864.
- [5] 卢山, 徐世杰. 非合作目标的自主接近控制律研究 [J]. 中国空间科学技术, 2008 (5): 7-12.
- [6] 郭永, 宋申民, 李学辉. 非合作交会对接的姿态和轨道耦合控制 [J]. 控制理论与应用, 2016, 33 (5): 638-644.
- [7] Vamvoudakis K G, Lewis F L. Multi-player non-zero-sum games: Online adaptive learning solution of coupled Hamilton-Jacobi equations [J]. Automatica, 2011, 47 (8): 1556-1569.
- [8] Abouheaf M I, Lewis F L, Vamvoudakis K G, et al. Multi-agent discrete-time graphical games and reinforcement learning solutions [J]. Automatica, 2014, 50 (12): 3038-3053.
- [9] Lin W. Distributed UAV formation control using differential game approach [J]. Aerospace Science and Technology, 2014, 35: 54-62.
- [10] Mylvaganam T, Sassano M, Astolfi A. A differential game approach to multi-agent collision avoidance [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2017, 62 (8): 4229-4235.
- [11] 韩楠, 罗建军, 柴源. 多颗微小卫星接管失效航天器姿态运动的微分博弈学习控制 [C]. 未来技术与颠覆性创新国际大会, 中国, 杭州, 2018: 141-152.
- [12] Innocenti M, Tartaglia V. Game theoretic strategies for spacecraft rendezvous and motion synchronization [C]. AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, 2016: 0873.
- [13] 张旭, 李玲, 贾磊磊. 基于微分博弈的多机器人追逃策略研究及仿真 [J]. 装备制造技术, 2015 (9): 9-12.
- [14] Bardhan R, Ghose D. An SDRE based differential game approach for maneuvering target interception [C]. AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, 2015: 0341.
- [15] Li Z Y, Zhu H, Yang Z, et al. A dimension-reduction solution of free-time differential games for spacecraft pursuit-evasion [J]. Acta Astronautica, 2019, 163: 201-210.
- [16] Engwerda J. Algorithms for computing Nash equilibria in deterministic LQ games [J]. Computational Management Science, 2007, 4 (2): 113-140.
- [17] Ferrante A, Ntogramatzidis L. On the reduction of the continuous-time generalized algebraic Riccati equation: An effective procedure for solving the singular LQ problem with smooth solutions [J]. Automatica, 2018, 93: 554-558.

引用格式: 柴源, 罗建军, 王明明, 等. 基于追逃博弈的非合作目标接近控制[J]. 宇航总体技术, 2020, 4 (1): 30-38.

Citation: Chai Y, Luo J J, Wang M M, et al. Pursuit-evasion game control for approaching space non-cooperative target [J]. Astronautical Systems Engineering Technology, 2020, 4 (1): 30-38.