

基于正则摄动理论的无动力飞行器末段制导方法

孟静伟, 赵鹏雷, 杨宇和, 石宝兰

(北京宇航系统工程研究所, 北京 100076)

摘要: 以无动力飞行器末制导问题为研究对象, 用正则摄动理论对其纵向弹道方程进行处理。在零阶方程中考虑重力和气动力的主导部分, 在一阶方程中考虑重力和气动力的剩余部分, 进而获得了弹道方程的解析解, 仿真证明了该解析解具有较高的计算精度和计算效率。基于弹道解析解所获得的脱靶量, 提出了正则摄动制导方法, 仿真证明了该方法具有最优性。

关键词: 正则摄动; 导引律; 解析解

中图分类号: V412

文献标志码: A

文章编号: 2096-4080 (2024) 02-0039-07

Final Guidance Law of Glide Vehicle Based on Regular Perturbation Method

MENG Jingwei, ZHAO Penglei, YANG Yuhe, SHI Baolan

(Beijing Institute of Astronautical Systems Engineering, Beijing 100076, China)

Abstract: The regular perturbation method is applied to solving the trajectory equation of glide vehicle in the final guidance stage. Most of the gravity and aerodynamic forces are considered in the zero order equation, and the residual gravity and aerodynamic forces are considered in the first order equation. The analytical solution of the trajectory equation is obtained by analytical integration. The simulation results show that the analytical solution has high accuracy and computational efficiency. Based on miss distance generated by analytical solution, guidance based on regular perturbation method is proposed. The simulation results prove that this guidance law has optimality in control.

Key words: Regular perturbation method; Guidance law; Analytical solution

0 引言

先进制导方法通常需要对末端误差进行实时预测, 进而修正制导指令, 例如航天飞机再入预测校正制导^[1]、运载火箭迭代制导^[2]、模型预测导引律^[3-5]。其中, 轨迹预测通常采用数值积分的方法, 为确保计算速度和精度, 对箭载计算机计算能力有较高要求。

摄动法源于天体力学, 从 20 世纪 50 年代以来, 成为了处理非线性问题的一种普遍方法。正则摄动法^[6]在导引律上的应用最早是由 Contensou^[7]提出,

用于解决最优再入问题。Speyer 等^[8]在其基础上进行了改进。Bain 等^[9]利用正则摄动理论解决了智能制导炸弹终端速度最优问题。Dougherty 等^[10]将正则摄动理论应用于弹道飞行器拦截问题。

将正则摄动理论应用于无动力飞行器末段轨迹解析预测中, 解决了在线轨迹预测带来的计算压力问题。其基本思路为利用正则摄动理论将弹道方程分解为考虑重力和气动力主导部分的零阶方程和考虑重力和气动力剩余部分的一阶方程, 进一步经过复杂的数学处理, 获得了弹道方程的解析解。仿真证明了该解析解具有较高的精度和

收稿日期: 2023-11-10; 修订日期: 2024-01-31

作者简介: 孟静伟 (1992—), 男, 硕士, 高级工程师, 主要研究方向为飞行力学、制导与控制。

计算效率。在此基础上,提出了正则摄动制导方法,仿真证明了该方法的过载指令具有最优性。

1 动力学模型

为便于理论分析,将地面看作曲率为零、不旋转的惯性平面,在纵向平面内,飞行器动力学方程为

$$\dot{y} = v \cos \gamma \quad (1)$$

$$\dot{h} = v \sin \gamma \quad (2)$$

$$\dot{v} = -g \sin \gamma - D/m \quad (3)$$

$$\dot{\gamma} = -g \cos \gamma / v + L/(mv) \quad (4)$$

式中, y , h , v , γ 分别为飞行器的航程、高度、速度、弹道倾角,上方带“.”的变量为其对时间的一阶导数, g 为重力加速度, D 和 L 分别为飞行器受到的气动阻力和升力,表达式如下

$$\begin{cases} L = \rho v^2 S C_L / 2 \\ D = \rho v^2 S C_D / 2 \end{cases} \quad (5)$$

式中, C_L 和 C_D 分别为升力系数和阻力系数, S 为飞行器气动参考面积, ρ 为当地大气密度。

无动力飞行器末制导段采用零攻角作为标准控制,则有

$$\begin{cases} L = 0 \\ D = \rho v^2 S C_{D0} / 2 \end{cases} \quad (6)$$

式中, C_{D0} 为零升阻力系数,与攻角无关。

2 正则摄动处理

基于正则摄动理论,形成如式(7)的微分方程

$$\begin{cases} f^y = v \cos \gamma & g^y = 0 \\ f^h = v \sin \gamma & g^h = 0 \\ f^v = -g_0 \sin \gamma - D_0/m & g^v = D_0/m - D/m + g_0 \sin \gamma - g \sin \gamma \\ f^\gamma = -g_0 \cos \gamma / v_0 & g^\gamma = g_0 \cos \gamma / v_0 - g \cos \gamma / v \end{cases}$$

其中, g_0 表示初始位置的重力加速度, v_0 表示飞行器的初始速度, D_0 表示飞行器初始速度对应的大气阻力。

将式(12)~(15)代入式(11)可得到分阶后的弹道方程组。零阶方程组为式(16)~(19),一阶方程组为式(20)~(23)。

$$d^0 \dot{y} / dt = v^0 \cos \gamma^0 \quad (16)$$

$$d^0 \dot{h} / dt = v^0 \sin \gamma^0 \quad (17)$$

$$d^0 \dot{v} / dt = -g_0 \sin \gamma^0 - D_0 / m \quad (18)$$

$$d^0 \dot{\gamma} / dt = -g_0 / v_0 \cos \gamma^0 \quad (19)$$

$$\dot{x} = F(x, t) \quad (7)$$

一般可写成如下形式

$$\dot{x} = f(x, t) + \epsilon g(x, t) / k \quad (8)$$

式中, x 为状态变量,参数 ϵ 是小量标识, ϵ 和常数 k 大小相等。 $f(x, t)$ 为主导部分,作用于零阶方程, $g(x, t)$ 为摄动部分,作用于一阶方程, $|f(x, t)| \gg |g(x, t)|$ 。

将变量 x 按正则摄动理论展开

$$x = x^0 + \epsilon x^1 + \epsilon^2 x^2 + \epsilon^3 x^3 + o(\epsilon^3) \quad (9)$$

式中, x^0 , x^1 , x^2 , x^3 分别是变量 x 的零阶分量、一阶分量、二阶分量、三阶分量, $o(\epsilon^3)$ 表示三阶分量的高阶无穷小分量。将式(9)代入式(8)可得

$$d[x^0 + \epsilon x^1 + o(\epsilon)] / dt = f[x^0 + \epsilon x^1 + o(\epsilon)] + \epsilon g[x^0 + \epsilon x^1 + o(\epsilon)] / k \quad (10)$$

按正则摄动理论对式(10)展开,等式两边按照 ϵ 同次幂系数相等处理得到零阶方程、一阶方程如式(11)所示

$$d^0 x / dt = f(x^0, t)$$

$$d^1 x / dt = f_x(x^0, t) x^1 + g(x^0, t) / k \quad (11)$$

为保证 $f(x, t)$ 相对 $g(x, t)$ 主导地位,同时对各变量解耦以便解析求解,式(1)~(4)可改写为

$$\dot{y} = f^y + \epsilon g^y / k \quad (12)$$

$$\dot{h} = f^h + \epsilon g^h / k \quad (13)$$

$$\dot{v} = f^v + \epsilon g^v / k \quad (14)$$

$$\dot{\gamma} = f^\gamma + \epsilon g^\gamma / k \quad (15)$$

式(12)~(15)中,有

$$d^1 \dot{y} / dt = \cos \gamma^0 \dot{v}^1 - v^0 \sin \gamma^0 \dot{\gamma}^1 \quad (20)$$

$$d^1 \dot{h} / dt = \sin \gamma^0 \dot{v}^1 + v^0 \cos \gamma^0 \dot{\gamma}^1 \quad (21)$$

$$d^1 \dot{v} / dt = -g_0 \cos \gamma^0 \dot{\gamma}^1 +$$

$$(D_0 - D^0) / m + (g_0 - g^0) \sin \gamma^0 / k \quad (22)$$

$$d^1 \dot{\gamma} / dt = g_0 \sin \gamma^0 / v_0 \dot{\gamma}^1 + (g_0 / v_0 - g^0 / v^0) \cos \gamma^0 / k \quad (23)$$

零阶和一阶变量的初值分别取

$$y^0 = y_0 \quad h^0 = h_0 \quad v^0 = v_0 \quad \gamma^0 = \gamma_0$$

$$y^1 = 0 \quad h^1 = 0 \quad v^1 = 0 \quad \gamma^1 = 0$$

3 弹道方程的解析解

3.1 零阶解析解

3.1.1 弹道倾角零阶解

为了便于求解, 取

$$x_\gamma = \ln[(1 + \sin\dot{\gamma})/(1 - \sin\dot{\gamma})] \quad (24)$$

则

$$dx_\gamma/dt = d\ln[(1 + \sin\dot{\gamma})/(1 - \sin\dot{\gamma})]/d\dot{\gamma} * d\dot{\gamma}/dt \quad (25)$$

将式 (19) 带入式 (25) 可得

$$dx_\gamma/dt = -2g_0/v_0 \quad (26)$$

取 $k_{x\gamma} = 2g_0/v_0$, 对式 (26) 进行积分可得

$$x_\gamma = -k_{x\gamma}t + x_{\gamma 0} \quad (27)$$

式中, $x_{\gamma 0}$ 为 x_γ 初值

$$x_{\gamma 0} = \ln[(1 + \sin\gamma_0)/(1 - \sin\gamma_0)] \quad (28)$$

由式 (24) 和式 (27) 可得弹道倾角零阶解析式为

$$\dot{\gamma} = \sin^{-1}[(e^{x_\gamma} - 1)/(e^{x_\gamma} + 1)] \quad (29)$$

3.1.2 速度零阶解

将式 (29) 带入式 (18) 得

$$d\dot{v}/dt = -(g_0 + D_0/m) + 2g_0/(e^{x_\gamma} + 1) \quad (30)$$

对式 (30) 积分可得速度零阶解析式

$$\dot{v} = k_{v0} + k_{v1}t + k_{v2} \ln(e^{x_\gamma} + e^{k_{x\gamma}t}) \quad (31)$$

式中,

$$k_{v0} = v_0 - v_0 \ln(e^{x_{\gamma 0}} + 1)$$

$$k_{v1} = -(g_0 + D_0/m)$$

$$k_{v2} = v_0$$

3.1.3 高度零阶解

将式 (29) 和式 (31) 带入式 (17) 得

$$dh/dt = dh_1 + dh_2 + dh_3 \quad (32)$$

式中

$$dh_1 = k_{v0} + k_{v1}t - 2k_{v0}/(e^{x_\gamma} + 1) - 2k_{v2} \ln(e^{x_\gamma} + e^{k_{x\gamma}t})/(e^{x_\gamma} + 1)$$

$$dh_2 = k_{v2} \ln(e^{x_\gamma} + e^{k_{x\gamma}t})$$

$$dh_3 = -2k_{v1}t/e^{x_\gamma} + 1$$

对 dh_1 积分可得

$$\int_0^t dh_1 dt = k_{v0}t + \frac{1}{2}k_{v0}t^2 + \frac{2k_{v0}}{k_{x\gamma}} \ln \frac{e^{x_\gamma} + e^{k_{x\gamma}t}}{e^{x_\gamma} + 1} + \frac{2k_{v2}}{k_{x\gamma}} [\ln^2(e^{x_\gamma} + e^{k_{x\gamma}t}) - \ln^2(e^{x_\gamma} + 1)] \quad (33)$$

dh_2, dh_3 可表示为时间的二次函数

$$dh_2 = a_2t^2 + a_1t + a_0 \quad (34)$$

$$dh_3 = b_2t^2 + b_1t + b_0 \quad (35)$$

式中, $a_2, a_1, a_0, b_2, b_1, b_0$ 为拟合系数, 可通过求解线性方程组获得。对 dh_2, dh_3 进行积分可得

$$\int_0^t dh_2 dt = \frac{a_2}{3}t^3 + \frac{a_1}{2}t^2 + a_0t \quad (36)$$

$$\int_0^t dh_3 dt = \frac{b_2}{3}t^3 + \frac{b_1}{2}t^2 + b_0t \quad (37)$$

由式 (33) (36) (37) 可得高度零阶解析式为

$$h = h_0 + \frac{a_2 + b_2}{3}t^3 + \frac{a_1 + b_1 + k_{v0}}{2}t^2 + (a_0 + b_0 + k_{v0}t) \frac{2k_{v2}}{k_{x\gamma}} [\ln^2(e^{x_\gamma} + e^{k_{x\gamma}t}) - \ln^2(e^{x_\gamma} + 1)] + \frac{2k_{v0}}{k_{x\gamma}} \ln \frac{e^{x_\gamma} + e^{k_{x\gamma}t}}{e^{x_\gamma} + 1} \quad (38)$$

3.1.4 射程零阶解

弹道倾角的余弦函数可写为

$$\cos\dot{\gamma} = \frac{2e^{x_\gamma/2}}{e^{x_\gamma} + 1} = c_3t^3 + c_2t^2 + c_1t^1 + c_0 \quad (39)$$

式中, c_0, c_1, c_2, c_3 为拟合系数。

将式 (31) 和式 (39) 带入式 (16) 得

$$d\dot{y}/dt = [a_2t^2 + (a_1 + k_{v1})t + k_{v0} + a_0] (c_3t^3 + c_2t^2 + c_1t + c_0) \quad (40)$$

对式 (40) 积分可得

$$\dot{y} = y_0 + \int_0^t \left(\frac{d}{dt}\dot{y}\right) dt = k_{y5}t^5 + k_{y4}t^4 + k_{y3}t^3 + k_{y2}t^2 + k_{y1}t + y_0 \quad (41)$$

式中, 有

$$k_{y6} = a_2c_3/6$$

$$k_{y5} = (a_1c_3 + a_2c_2 + c_3k_{v1})/5$$

$$k_{y4} = (a_0c_3 + a_1c_2 + a_2c_1 + c_2k_{v1} + c_3k_{v0})/4$$

$$k_{y3} = (a_0c_2 + a_1c_1 + a_2c_0 + c_1k_{v1} + c_2k_{v0})/3$$

$$k_{y2} = (a_0c_1 + a_1c_0 + c_0k_{v1} + c_1k_{v0})/2$$

$$k_{y1} = (a_0c_0 + c_0k_{v0})$$

3.2 一阶解析解

3.2.1 弹道倾角一阶解

式 (23) 可写为

$$d\dot{\gamma}/dt = k_{42}\dot{\gamma} + k_{40} \quad (42)$$

式中, $k_{42} = g_0 \sin\dot{\gamma}/v_0, k_{40} = g_0 \cos\dot{\gamma}/k(1/v_0 - 1/\dot{v})$ 。用 z 替代 $\dot{\gamma}$ 式 (42) 可近似为

$$\dot{z} = -\varepsilon z + k_{40} \quad (43)$$

式中, ε 取 $|k_{42}|$ 的平均值。

根据正则摄动理论^[6]取 $z = z^0 + \varepsilon z^1 + o(\varepsilon)$ 代入式 (43) 可得

$$d[z^0 + \varepsilon z^1 + o(\varepsilon)]/dt = -\varepsilon[z^0 + \varepsilon z^1 + o(\varepsilon)] + k_{40} \quad (44)$$

由式 (44) 可得

$$dz^0/dt = k_{40} \quad (45)$$

$$dz^1/dt = -z^0 \quad (46)$$

对式 (45) 和式 (46) 积分可得

$$\begin{aligned} \dot{\gamma} = z^0 + \varepsilon z^1 = & \int_0^t k_{40} dt + \varepsilon \int_0^t \int_0^t k_{40} dt dt = \frac{\varepsilon d_3}{20} t^5 + \\ & \frac{\varepsilon d_2 + 3d_3}{12} t^4 + \frac{\varepsilon d_1 + 2d_2}{6} t^3 + \frac{\varepsilon d_0 + d_1}{2} t^2 + d_0 t \end{aligned} \quad (47)$$

式中, d_0, d_1, d_2, d_3 为 k_{40} 的三次多项式拟合系数。

3.2.2 速度一阶解

式 (22) 可被写为

$$d\dot{v}/dt = k_{32}\dot{\gamma} + k_{30} \quad (48)$$

式中, 有

$$k_{32} = -g \cos \dot{\gamma} = -g(c_3 t^3 + c_2 t^2 + c_1 t^1 + c_0)$$

$$k_{30} = \frac{1}{k} \frac{D_0 - D}{m} = p_3 t^3 + p_2 t^2 + p_1 t + p_0$$

式中, p_0, p_1, p_2, p_3 为 k_{30} 的三次多项式拟合系数。

将式 (47) 代入式 (48) 积分可得

$$\dot{v} = \int_0^t k_{32}\dot{\gamma} dt + \int_0^t k_{30} dt = \sum_{i=1}^9 k_{1vi} t^i \quad (49)$$

式中, k_{1vi} 是 c_i, d_i, p_i 组成的多项式系数。

3.2.3 高度一阶解

式 (21) 可表示为

$$dh/dt = k_{21}\dot{v} + k_{22}\dot{\gamma} \quad (50)$$

式中, 有

$$k_{21} = \sin \dot{\gamma} = e_3 t^3 + e_2 t^2 + e_1 t + e_0$$

$$\begin{aligned} k_{22} = & [a_2 t^2 + (a_1 + k_{v1})t + (k_{v0} + a_0)](c_3 t^3 + c_2 t^2 + c_1 t^1 + c_0) \\ = & c_3 a_2 t^5 + [c_3(a_1 + k_{v1}) + c_2 a_2] t^4 + \\ & [c_3(a_0 + k_{v0}) + c_2(a_1 + k_{v1}) + c_1 a_2] t^3 + \\ & [c_2(a_0 + k_{v0}) + c_1(a_1 + k_{v1}) + c_0 a_0] t^2 + \\ & [c_1(a_0 + k_{v0}) + c_0(a_1 + k_{v1})] t + c_0(a_1 + k_{v1}) \end{aligned}$$

式中, e_0, e_1, e_2, e_3 为 k_{21} 的三次多项式拟合系数。

将式 (45) 和式 (47) 代入式 (48) 积分可得

$$h = \int_0^t k_{21}\dot{v} dt + \int_0^t k_{22}\dot{\gamma} dt = \sum_{i=1}^{13} k_{1hi} t^i \quad (51)$$

式中, k_{1hi} 是 a_i, c_i, d_i, p_i, e_i 组成的多项式系数。

3.2.4 射程一阶解

式 (21) 可表示为

$$d\dot{y}/dt = k_{11}\dot{v} + k_{12}\dot{\gamma} \quad (52)$$

式中, 有

$$k_{11} = \cos \dot{\gamma} = c_3 t^3 + c_2 t^2 + c_1 t + c_0$$

$$k_{12} = -(k_{v0} + k_{v1}t + a_2 t^2 + a_1 t + a_0)(e_3 t^3 + e_2 t^2 + e_1 t + e_0)$$

将式 (47) 和式 (49) 代入式 (52) 积分可得

$$\dot{y} = \int_0^t k_{11}\dot{v} dt + \int_0^t k_{12}\dot{\gamma} dt = \sum_{i=1}^{13} k_{1yi} t^i \quad (53)$$

式中, k_{1yi} 是 $a_i, b_i, c_i, d_i, p_i, e_i$ 组成的多项式系数。

4 解析解的验证

获得的零阶解和一阶解相加即可得到无动力飞行器末段弹道解析解。

$$\begin{aligned} y &= y^0 + \varepsilon y^1 & h &= h^0 + \varepsilon h^1 \\ v &= v^0 + \varepsilon v^1 & \gamma &= \dot{\gamma} + \varepsilon \dot{\gamma}^1 \end{aligned}$$

以无动力飞行器为对象, 模型数据参考文献[8], 设置初始条件为 $y_0 = 0, h_0 = 4\,000$ m, $v_0 = 180$ m/s, $\gamma = 10^\circ, t_f = 25$ s, 控制量 $\alpha = 0$ 。

图 1~图 4 分别给出了解析解和数值积分的对比。由图可知, 零阶解和数值解基本重合, 但存在一定的偏差, 一阶解与数值解进一步接近, 精度更高。

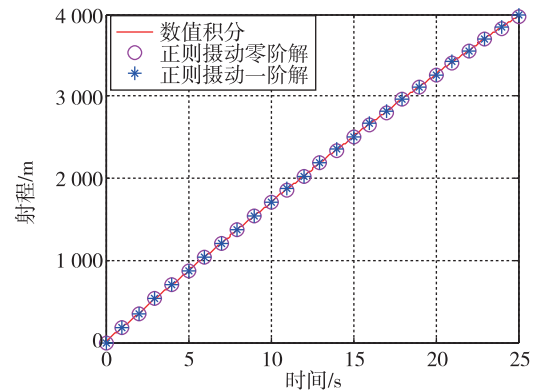


图 1 射程解析解和数值解的对比

Fig. 1 Comparison of downrange's analytical and numerical solutions

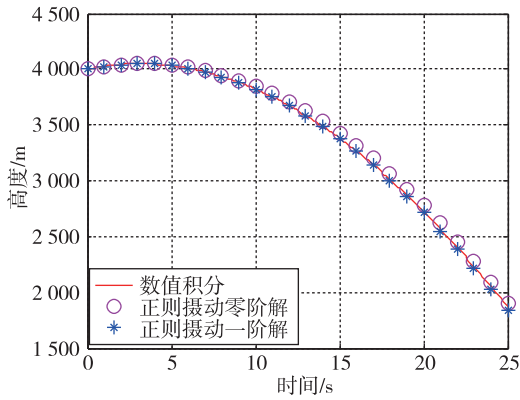


图 2 高度的解析解和数值解的对比

Fig. 2 Comparison of height between analytical and numerical solutions

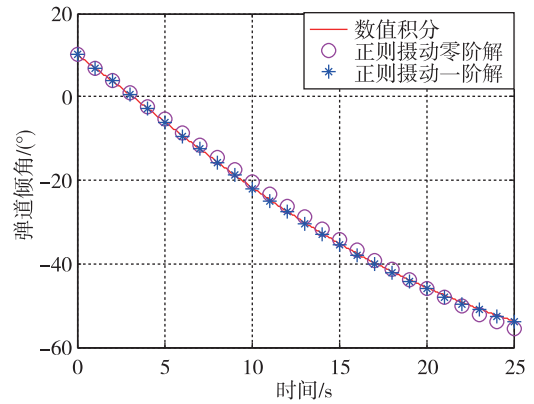


图 4 弹道倾角的解析解和数值解的对比

Fig. 4 Comparison of flightpath angle's analytical and numerical solutions

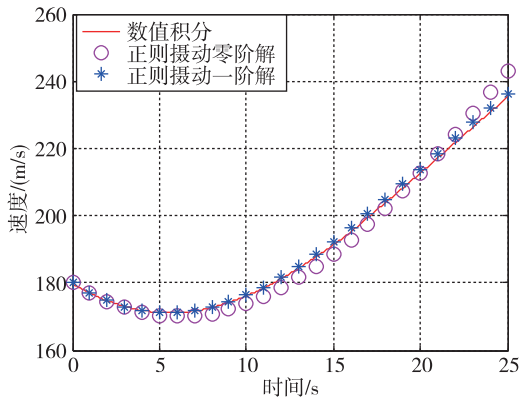


图 3 速度的解析解和数值解的对比

Fig. 3 Comparison of speed's analytical and numerical solutions

图 5 给出了经过一阶修正的正则摄动解析解的误差随剩余飞行时间的变化。射程偏差 $\Delta y \leq 1 \text{ m}$ ，高度偏差 $\Delta h \leq 23 \text{ m}$ ，速度偏差 $\Delta v \leq 1.4 \text{ m/s}$ ，弹道倾角偏差 $\Delta \gamma \leq 0.4^\circ$ 。各个偏差项随着剩余飞行时间减小而逐渐收敛到零。

正则摄动解析解的最大优势是计算时间短。在同样的计算条件下，数值积分时长 25 s、步长 0.01 s，则消耗时长平均为 0.361 3 s，而正则摄动解析解的消耗时长平均为 0.008 s。数值积分消耗时间随着剩余飞行时间增加而增加，解析解的消耗时间与剩余飞行时间无关。

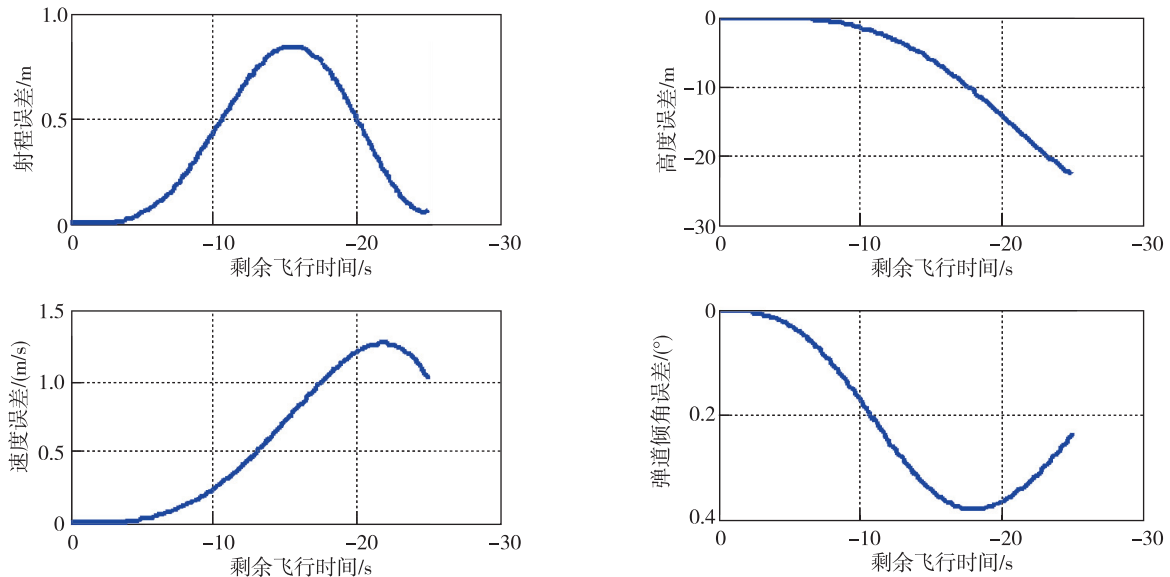


图 5 解析解的绝对误差

Fig. 5 Absolute errors of analytic solution

5 正则摄动制导方法

以飞行器当前时刻的状态为输入量,通过正则摄动解析解实时预测其未来轨迹,进而获得末端航程、高度、速度、倾角的脱靶量信息。基于脱靶量构造负反馈获得当前制导指令的制导方法,定义为正则摄动制导方法。

几何关系如图6所示。基于标准控制的脱靶量(NEM)可表示为

$$\text{NEM} = (y_{cf} - y_f) \sin(-\gamma_f) \quad (54)$$

式中, y_{cf} 表示制导任务确定的目标位置, y_f 为标控弹道预测的终点位置。

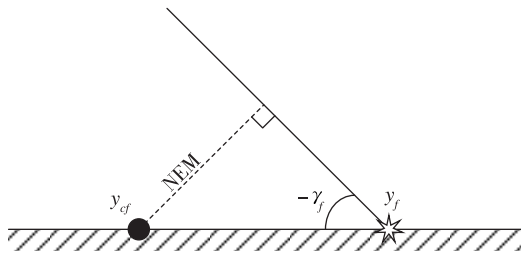


图6 末端碰撞几何关系

Fig. 6 End collision geometry

制导需要的剩余飞行时间 t_{go} , 通过 Newton 迭代法^[11] 获得

$$t_{go}^{k+1} = t_{go}^k - h(t_{go}^k) / \dot{h}(t_{go}^k) \quad (55)$$

制导指令参考 Zarchan^[11] 的比例导引律的表达式, 构造为

$$a_c = N' \text{NEM} / t_{go}^2 \quad (56)$$

仿真时考虑一阶延迟环节

$$a_L = (a_c - a_L) / t_\tau \quad (57)$$

式中, 时间常数 $t_\tau = 0.3 \text{ s}$ 。

5.1 与比例导引律的对比

使用比例导引(PNG)律^[12]与正则摄动制导方法相对比

$$a_n = \begin{cases} N' v \dot{\lambda} + g \cos \gamma & |a_n| \leq a_{n\max} \\ a_{n\max} \text{sign}(a_n) & |a_n| > a_{n\max} \end{cases} \quad (58)$$

图7和图8分别为两种制导方法的弹道、法向过载的对比。由图可知, 正则摄动制导方法弹道更短, 过载指令明显小于比例导引律的过载指令, 其过载指令从一个很小的负向过载收敛到零, 比例导引律过载指令幅值相对较大, 且发生了两次变向。表1为仿真结果数据的对比。前者飞行时间是35 s, 后者为42 s, 印证了图7中, 前者弹道更

短更直接。两者脱靶量都很小, 前者脱靶量为0.007 m, 后者脱靶量为0.002 m, 都能满足命中目标的要求; 前者终端速度为269 m/s 大于后者的终端速度为261 m/s; 前者需用过载远小于后者, 且前者法向过载指令逐渐收敛到零。由此可见, 针对打击地面固定目标的工况, 相对比例导引律, 正则摄动制导方法的控制指令更优。

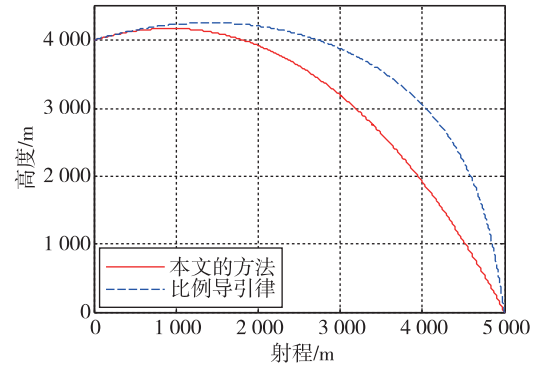


图7 正则摄动制导方法与比例导引律弹道对比

Fig. 7 Trajectory comparison of the proposed guidance law and PNG law

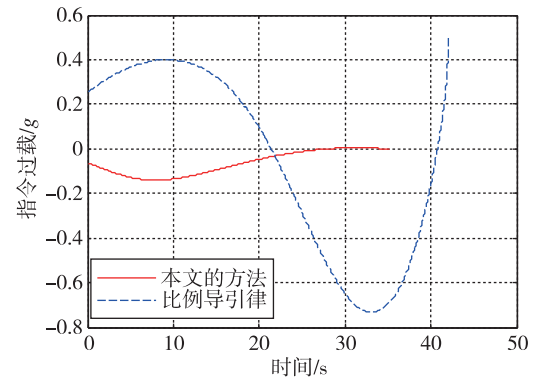


图8 正则摄动制导方法与比例导引律法向过载指令对比

Fig. 8 Command-load comparison of the proposed guidance law and PNG law

表1 相关参数的对比

Tab. 1 Comparison of correlation parameters

导引律	脱靶量/m	飞行时间/s	末端速度/(m/s)	需用过载/g	末端过载/g
正则摄动制导方法	0.007	35	269	0.142	0
比例导引律	0.002	42	261	0.733	0.495

5.2 与最优导引律的对比

基于高斯伪谱法求解控制需求最少的导引律, 与正则摄动制导方法进行对比, 性能泛函一般取

$$\min J = \int_{t_0}^{t_f} a_c^2 dt \quad (59)$$

图 9 和图 10 分别为两种制导方法的弹道、法向过载对比。两种方法弹道基本重合，其最大过载指令基本一致。

采用最优导引律，在配置为 4GRAM, Core i5-5200U 的计算机上运行，所需时间为 1.478 725 s。同等条件下，采用正则摄动制导方法耗时仅 0.007 895 s。前者解决最优控制问题，求解精度高、时间长，适用于离线规划；后者求解精度基本相当、时间短，适用于实时制导。

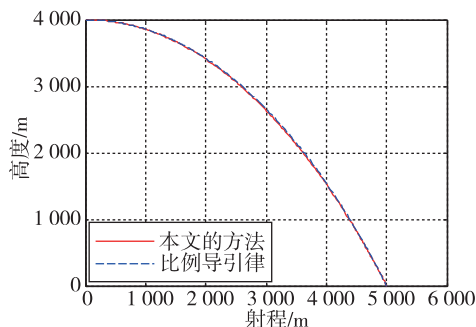


图 9 正则摄动制导方法与最优导引律弹道对比

Fig. 9 Trajectory comparison of the proposed guidance law and optimal guidance law

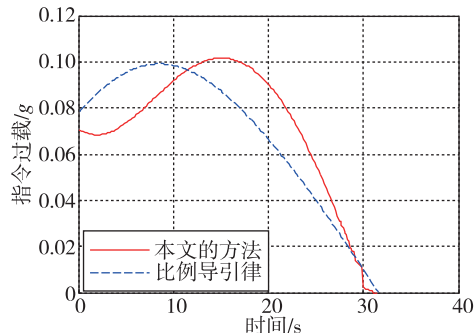


图 10 正则摄动制导方法与最优导引律法向过载指令对比

Fig. 10 Command-load comparison of the proposed guidance law and optimal guidance law

6 结束语

以无动力飞行器打击地面固定目标为研究对象，基于正则摄动理论，获得了标控条件下弹道解析解，在此基础上提出了正则摄动制导方法。

1) 获得了弹道解析解，具有计算精度高、计算量小的特点。

2) 获得的过载指令具有最优性，指令随剩余

飞行时间逐渐收敛到零。

参考文献

- [1] 赵汉元. 航天器再入制导方法综述[J]. 航天控制, 1994, 12(1): 26-33.
- [2] 陈新民, 余梦伦. 迭代制导在运载火箭上的应用研究[J]. 宇航学报, 2003, 24(5): 484-489, 501.
- [3] Mayne D Q, Rawlings J B, Rao C V, et al. Survey constrained model predictive control: stability and optimality[J]. Automatica (Journal of IFAC), 2000, 36(6): 789-814.
- [4] Oza H B, Padhi R. Impact-angle-constrained suboptimal model predictive static programming guidance of air-to-ground missiles[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2012, 35(1): 153-164.
- [5] Yang L, Zhou H, Chen W C. Application of linear Gauss pseudospectral method in model predictive control[J]. Acta Astronautica, 2014, 96: 175-187.
- [6] Nayfeh A H. Perturbation methods[M]. New York: Wiley, 1973.
- [7] Contensou P. Contribution a L'Etude Schematique des Trajectories Semi-Balistique a Grande Portee [J]. Proceedings of the Association Technique Maritime et Aeronautique, 1965: 1-24.
- [8] Speyer J L, Womble M E. Approximate optimal atmospheric entry trajectories[J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 1971, 8(11): 1120-1125.
- [9] Bain J, Hoang T, Speyer J, et al. Real-time precision strike guidance[C]//Proceedings of the Proceedings of the Guidance, Navigation, and Control Conference. New Orleans, LA, USA. Reston, Virginia: AIAA, 1997: AIAA1997-3684.
- [10] Dougherty J J, Speyer J L. Near-optimal guidance law for ballistic missile interception[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1997, 20(2): 355-361.
- [11] Zarchan P. Tactical and strategic missile guidance [M]. Reston, VA: American Institute of Aeronautics & Astronautics Inc, 1990(6): 555.
- [12] Imado F, Kuroda T, Tahk M J. A new missile guidance algorithm against a maneuvering target[C]//Proceedings of the Proceedings of the Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit. Boston, MA, USA. Reston, Virginia: AIAA, 1998: AIAA1998-4114.

引用格式: 孟静伟, 赵鹏雷, 杨宇和, 等. 基于正则摄动理论的无动力飞行器末段制导方法[J]. 宇航总体技术, 2024, 8(2): 39-45.

Citation: Meng J W, Zhao P L, Yang Y H, et al. Final guidance law of glide vehicle based on regular perturbation method [J]. Astronautical Systems Engineering Technology, 2024, 8(2): 39-45.