

含滑行时间约束的真空段弹道设计研究

胡冬生¹, 刘楠¹, 童科伟¹, 李烁¹, 张皓²

(1. 中国运载火箭技术研究院研究发展中心, 北京 100076;

2. 中国科学院空间应用工程与技术中心, 北京 100094)

摘要: 由于动力系统及测控资源的约束, 工程中存在着末级两次点火但滑行时间受限的运载火箭真空段弹道设计问题。基于线性引力场的假设, 引入含滑行时间约束的切换条件, 从而将含固定滑行时长的弹道优化问题转换成对两点边值问题的迭代求解和对运动方程的积分, 并通过多个算例仿真验证了该方法的正确性和有效性。同时, 研究了迭代过程中滑行段不同弹道预报方法对弹道设计的影响, 结果显示较高的预报精度可以获得更优的弹道设计结果。该方法提供了一种新的弹道设计思路, 在总体方案论证或初步设计阶段可以替代传统设计方法, 以有效提升弹道设计效率, 优化火箭方案。

关键词: 滑行时间约束; 切换条件; 两点边值问题; 弹道设计

中图分类号: V412.1

文献标志码: A

文章编号: 2096-4080 (2023) 01-0014-07

Research on Vacuum Trajectory Design with Coasting Time Constraint

HU Dongsheng¹, LIU Nan¹, TONG Kewei¹, LI Shuo¹, ZHANG Hao²

(1. Research and Development Center, Department, China Academy of Launch Vehicle Technology, Beijing 100076, China;

2. Technology and Engineering Center for Space Utilization, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100094, China)

Abstract: Considering constraints of propulsion system and tracking & telecommunication, trajectory design problem of launch vehicle with twice-burn last stage and constrained coasting time is put forward. Based on line-gravity field, by introducing switching condition with coasting time constraint, the trajectory optimization is transferred into iterative solving of two-point boundary value problems and integration of motion equations. Two design examples are simulated, which verifies the validity and veracity of this method. Meanwhile, the influence of different coast arc prediction methods during iterative solving on trajectory design is studied, which shows that higher prediction accuracy can lead to better design results. The method provides a new idea for trajectory design, and can substitute the current design method during phase of general scheme reasoning or preliminary design, in order to greatly promote the efficiency of trajectory design and optimize launch vehicle scheme.

Key words: Coasting time constraint; Switching condition; Two-point boundary value problem; Trajectory design

收稿日期: 2022-07-08; 修订日期: 2023-01-08

基金项目: 国家自然科学基金 (61703437); 国防科技基础加强计划技术领域基金 (2022-JCJQ-JJ-0641)

作者简介: 胡冬生 (1982-), 男, 硕士, 高级工程师, 主要研究方向为飞行器弹道设计。

E-mail: hudongsheng82@126.com

0 引言

在进行运载火箭弹道设计时,为了提升火箭执行太阳同步轨道或近地轨道发射任务的性能,通常需要末级具备两次点火能力,设置无动力滑行段,以减小速度损失,如我国的长征八号、长征四号丙、长征六号火箭等。未来大量低轨星座任务的发射也将依赖于这类弹道设计。但受到动力系统工程研制、推进剂管理及测控资源等方面因素的制约,末级滑行时间往往受限,无法通过霍曼变轨方式来最大程度发挥运载火箭的能力^[1]。这就带来了含滑行时间约束的末级多次点火弹道设计问题,这类问题一般需要火箭滑行时间取约束区间内的最大极限值,以更好地利用重力转弯,因而问题转化为固定滑行时长的弹道设计。

国内在进行带滑行段飞行任务的弹道设计时,通常采用参数化的工程方法,通过对程序角、关机时间的迭代和优化来获得满足入轨约束的最大运载能力^[2]。弹道分段增多,设计变量个数相应增加,使得弹道设计复杂,影响了设计效率。在将最优控制理论应用于含滑行段的弹道优化方面,崔乃刚等^[3]研究了大气层外二三级间有滑行段的最优轨迹生成方法,需要对滑行时间进行在线优化,无法解决本文提出的问题。

国外 Gath 等^[4]、Lu 等^[5]、Jezewski^[6]主要基于主矢量理论对多次点火飞行器的真空段轨迹和制导设计进行了研究,但均未对滑行时间进行约束,而是需要优化滑行时间,不适用于我国运载火箭设计的具体情况。Pan 等^[7]进一步研究推导了含有滑行时间约束的切换条件(Switching Condition),但未给出应用于火箭末级多次点火弹道设计的方法和说明。

本文在前人研究的基础上,将含固定滑行时长的切换条件引入真空段含滑行时间约束的末级两次点火弹道设计问题中,将弹道优化转换成对两点边值问题的求解和对运动方程的积分,同时对比分析了两点边值问题迭代求解过程中几种滑行段弹道预报方法的特点和效果,以及该方法与传统弹道设计方法的优劣,以期为该弹道设计问题提供新的思路和方法。

1 含滑行时间约束的弹道设计建模

1.1 火箭末级飞行过程

火箭末级一般在大气层外飞行,通过在两次工作之间加入滑行段来实现重力转弯,改变火箭

飞行方向,从而节省推进剂。对于两次点火的火箭来说,要先后经历末级一次动力飞行段、滑行段、末级二次动力飞行段,最终实现入轨,飞行过程见图 1。其中 τ_{l1} 表示末级一次点火时间,由大气层内飞行时间或前一阶段飞行时间确定; τ_{kl1} 表示末级一次关机时间,为设计变量; τ_{l2} 表示末级二次点火时间,当滑行时间固定时,由 τ_{kl1} 确定; τ_{kl2} 表示末级二次关机时间,为设计变量。

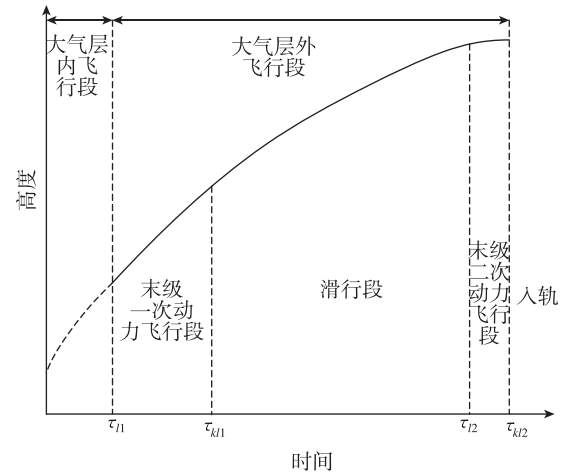


图 1 火箭末级飞行过程

Fig. 1 Flight process of last stage

1.2 运动方程

火箭在真空段飞行时,所受的力主要是地球引力和推力,其在发射惯性坐标系的运动方程为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{r}} = \mathbf{V} \\ \dot{\mathbf{V}} = \mathbf{g}(\mathbf{r}) + T\mathbf{I}_b/m(t) \end{cases} \quad (1)$$

式中, \mathbf{r} 为火箭相对地心的位置矢量, \mathbf{V} 为速度矢量; $\mathbf{g}(\mathbf{r})$ 为引力加速度; T 为常值推力; \mathbf{I}_b 为发动机推力方向的单位矢量,假定推力方向与火箭纵轴方向重合; $m(t)$ 为火箭当前质量。

采用线性引力场假设,对运动方程进行归一化处理^[8],得

$$\begin{cases} \dot{\bar{\mathbf{r}}} = \bar{\mathbf{V}} \\ \dot{\bar{\mathbf{V}}} = -\bar{\mathbf{r}} + \bar{T}(\tau)\mathbf{I}_b \end{cases} \quad (2)$$

式中, $\bar{\mathbf{r}}$, $\bar{\mathbf{V}}$, τ 分别为归一化的地心位置矢量、速度矢量和时间; $\bar{T}(\tau)$ 为归一化的推力加速度,当火箭处于滑行段时, $\bar{T}(\tau) \equiv 0$ 。

1.3 边界条件及性能指标

轨道面内的卫星入轨约束可以用入轨点地心距 r_f^* 、速度 V_f^* 和弹道倾角 γ_f^* 来表示,终端边界

条件为

$$\begin{cases} \frac{1}{2} \bar{\mathbf{r}}_f^T \bar{\mathbf{r}}_f - \frac{1}{2} (r_f^*/r_0)^2 = 0 \\ \frac{1}{2} \bar{\mathbf{V}}_f^T \bar{\mathbf{V}}_f - \frac{1}{2} (V_f^*/\sqrt{r_0 g_{r_0}})^2 = 0 \\ \bar{\mathbf{r}}_f^T \bar{\mathbf{V}}_f - r_f \bar{V}_f \sin \gamma_f^* = 0 \end{cases} \quad (3)$$

式中, $\bar{\mathbf{r}}_f$, $\bar{\mathbf{V}}_f$ 分别为运载火箭的归一化末端地心位置矢量、归一化末端速度矢量; r_0 为当前时刻的地心距, 也可以采用当前地心距与入轨点地心距的平均值, 本文采用后者; $g_{r_0} = \mu/r_0^2$, μ 为地球引力常数。

真空段最优飞行弹道为推进剂消耗最少的飞行轨迹, 在常值推力和滑行时间固定的情况下, 即要求飞行时间最短, 其性能指标设置如下

$$\min \mathbf{J} = \tau_f \quad (4)$$

2 含滑行时间约束的弹道优化思路

2.1 最优化条件

应用最优控制理论, 哈密顿函数为

$$\mathbf{H} = \lambda_r^T \dot{\mathbf{V}} + \lambda_v^T [-\dot{\mathbf{r}} + \bar{T}(\tau) \mathbf{I}_b] + \nu (\mathbf{I}_b^T \mathbf{I}_b - 1) \quad (5)$$

式中, λ_r , λ_v 为协态变量, ν 为拉格朗日乘子。

根据庞特里亚金极小值原理, 最优纵轴方向满足

$$\mathbf{I}_b^* = -\frac{\lambda_v}{\|\lambda_v\|} \quad (6)$$

协态变量满足

$$\begin{cases} \dot{\lambda}_r = \lambda_v \\ \dot{\lambda}_v = -\lambda_r \end{cases} \quad (7)$$

协态变量和状态变量的解析解可表示为^[9]

$$\begin{bmatrix} \lambda_r(\tau) \\ \lambda_v(\tau) \end{bmatrix} = \mathbf{\Omega}(\tau) \begin{bmatrix} \lambda_{r_0} \\ \lambda_{v_0} \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{r}}(\tau) \\ \bar{\mathbf{V}}(\tau) \end{bmatrix} = \mathbf{\Omega}(\tau) \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{r}}_0 \\ \bar{\mathbf{V}}_0 \end{bmatrix} + \mathbf{\Gamma}(\tau) \begin{bmatrix} \mathbf{I}_c(\tau) \\ \mathbf{I}_s(\tau) \end{bmatrix} \quad (9)$$

式中, $\mathbf{\Omega}(\tau)$, $\mathbf{\Gamma}(\tau)$ 分别为状态转移矩阵、转换矩阵, $\mathbf{I}_c(\tau)$, $\mathbf{I}_s(\tau)$ 为推力积分, 表达式见文献^[9]。当火箭处于滑行段时, 仅受地球引力作用, $\mathbf{I}_c(\tau) \equiv 0$, $\mathbf{I}_s(\tau) \equiv 0$, 可以用二体运动解等弹道预报方法来代替式(9), 以获得更为精确的状态变量值。

由横截条件和哈密顿函数终值条件, 最终可得^[9]

$$(\bar{\mathbf{r}}_f^T \bar{\mathbf{r}}_f) (\bar{\mathbf{V}}_f^T \lambda_{r_f}) - (\bar{\mathbf{V}}_f^T \bar{\mathbf{V}}_f) (\bar{\mathbf{r}}_f^T \lambda_{v_f}) -$$

$$(\bar{\mathbf{V}}_f^T \bar{\mathbf{r}}_f) [(\bar{\mathbf{r}}_f^T \lambda_{r_f}) - (\bar{\mathbf{V}}_f^T \lambda_{v_f})] = 0 \quad (10)$$

$$\mathbf{H}(\tau_f) = \lambda_{r_f}^T \bar{\mathbf{V}}_f + \lambda_{v_f}^T [-\bar{\mathbf{r}}_f + \bar{T}(\tau_f) \mathbf{I}_b] = -1 \quad (11)$$

对于滑行时间固定的火箭末级来说, 公式(12)的切换条件成立^[7]

$$|\lambda_v(\tau_{kl2})| - |\lambda_v(\tau_{kl1})| = 0 \quad (12)$$

若给出 λ_{r_0} , λ_{v_0} , $\bar{\mathbf{r}}_0$, $\bar{\mathbf{V}}_0$, τ_{kl1} 和 τ_{kl2} 的值, 就可以由式(8)和式(9)的解析式得到 λ_{r_f} , λ_{v_f} , $\bar{\mathbf{r}}_f$, $\bar{\mathbf{V}}_f$ 的值。

2.2 程序角计算

在弹道设计中, 一般设计偏航程序角 $\psi_{cx} = 0$, 轨道倾角约束通过对发射方位角的迭代来满足。由此可推导出 $\lambda_r(\tau)$ 和 $\lambda_v(\tau)$ 的第3个分量均为0, 俯仰程序角公式变为

$$\varphi_{cx} = \begin{cases} \arccos(I_{bx}^*) & I_{by}^* \geq 0 \\ -\arccos(I_{bx}^*) & I_{by}^* < 0 \end{cases} \quad (13)$$

式(8)和式(9)中, $\bar{\mathbf{r}}_0$ 和 $\bar{\mathbf{V}}_0$ 为已知量。因此, 6个未知量 $\lambda_{r_0} = [\lambda_{r_0x} \ \lambda_{r_0y} \ 0]^T$, $\lambda_{v_0} = [\lambda_{v_0x} \ \lambda_{v_0y} \ 0]^T$, τ_{kl1} 和 τ_{kl2} 与式(3)、(10)、(11)、(12)中的6个终端约束构成了一个非线性方程组, 可通过迭代求解。

2.3 最优弹道求解方法

当火箭处于末级一次动力飞行段时, 已知初始位置、速度、火箭质量、发动机推力及比冲, 给出一组初值 $\lambda_{r_0} = [\lambda_{r_0x} \ \lambda_{r_0y} \ 0]^T$, $\lambda_{v_0} = [\lambda_{v_0x} \ \lambda_{v_0y} \ 0]^T$, τ_{kl1} 和 τ_{kl2} , 通过式(8)和(9)可以依次快速解算出末级一次动力飞行段、滑行段、末级二次动力飞行段的状态变量和协态变量, 进而得到末级二次关机点的 $\bar{\mathbf{r}}_f$, $\bar{\mathbf{V}}_f$ 和 γ_f 。通过迭代, 就可以求得满足式(3)、(10)、(11)、(12)中6个终端约束和最优化条件的当前协态变量值、最优程序角及关机时间, 再代入式(1)进行弹道积分(此时引力采用随地心位置矢量变化和考虑 J_2 项摄动的精确模型)。在每个程序角计算周期都对 r_0 进行更新, 通过不断迭代和积分, 就可计算出满足入轨约束要求和最优性的末级一次动力飞行段弹道。该飞行段弹道积分以时间 τ_{kl1} 为终止条件。

当火箭处于滑行段时, 滑行段结束时刻的位置、速度仅与一次关机点的位置、速度相关, 因此不进行迭代, 仅进行固定滑行时间内的弹道积分。

当火箭处于末级二次动力飞行段时, 通过迭

代 $\lambda_{r0} = [\lambda_{r0x} \ \lambda_{r0y} \ 0]^T$, $\lambda_{v0} = [\lambda_{v0x} \ \lambda_{v0y} \ 0]^T$ 和 τ_{kt2} 5 个变量来求解满足式 (3)、(10)、(11) 中 5 个终端约束和最优化条件的当前协态变量、最优程序角及关机时间, 再代入原始的运动方程进行弹道积分, 进而计算出满足入轨约束要求和最优性的末级二次动力飞行段弹道。该飞行段弹道积分以半长轴约束为终止条件。至此完成了真空段弹道的设计计算。

具体设计流程见图 2。图中, a^* 表示轨道半长轴约束, a 表示当前时刻对应的半长轴; ϵ_1 和 ϵ_2 为小量, 根据设计精度要求进行设定。在各飞行段的迭代计算中, 本文采用 Levenberg-Marquardt 算法进行求解, 具有对迭代初值不敏感、求解速度快等优点。

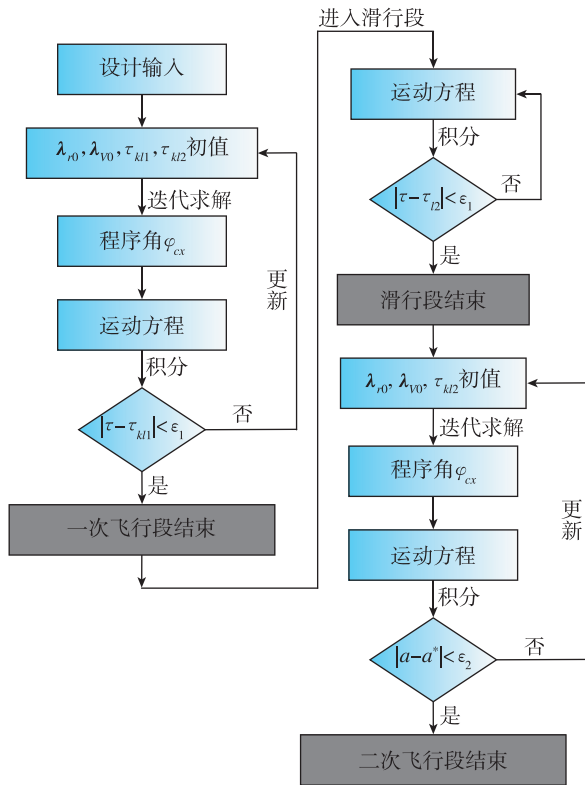


图 2 含滑行时间约束的真空段弹道设计流程
Fig. 2 Design process of vacuum trajectory with coasting time constraint

3 滑行段弹道预报方法的影响

由第 2 章中两点边值问题的迭代求解过程可以看出, 在末级一次动力飞行段针对每组迭代初值的快速解算过程均需要用到滑行段弹道解析解, 本章就几种预报方法对滑行段弹道解算和弹道设计的影响进行分析。除了式 (9) 所示的解析解

外, 另外两种常用的滑行段运动解析解分别为基于二体运动的 Goodyear 方法^[10]和基于中间轨道理论、含 J_2 项摄动的 Vinti 方法^[11-12]。

3.1 滑行段不同弹道预报方法的精度

若滑行段开始时刻火箭在发射惯性系的位置为 $[73\ 997.5, 6\ 538\ 780.4, 1\ 303.3]$ m, 速度为 $[4\ 080.187, 580.715, 59.195]$ m · s⁻¹, 则分别利用式 (9) 解析解、Goodyear 方法、含 J_2 项 Vinti 方法和含 J_2 项数值积分计算出滑行 600 s 结束时的位置、速度, 如表 1 所示。

表 1 几种弹道预报方法的计算结果

Tab. 1 Results of several trajectory prediction methods

参数	式 (9) 解析解	Goodyear 方法	Vinti 方法	数值积分
x_f / m	2 826 538.1	2 804 270.9	2 805 167.8	2 805 153.9
y_f / m	5 353 542.6	5 283 421.5	5 283 468.7	5 283 471.5
z_f / m	-31 742.3	-31 544.5	-29 404.8	-29 398.2
$v_{xf} / (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	2 594.771	2 404.325	2 407.419	2 407.424
$v_{yf} / (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	-4 372.315	-4 830.727	-4 831.328	-4 831.336
$v_{zf} / (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	-46.518	-44.562	-37.559	-37.561

由表 1 可见, 式 (9) 解析解与数值积分的偏差较大, Goodyear 结果偏差较小, Vinti 结果最为接近数值积分结果, 位置偏差为 10 m 量级, 速度偏差小于 0.01 m · s⁻¹。在实际弹道设计中, 可以考虑采用 Goodyear 或 Vinti 方法来进行滑行段弹道解算。

3.2 滑行段不同弹道预报方法对弹道设计的影响

以文献 [3] 中某火箭相关参数为算例, 输入参数见表 2。末级滑行时间为 600 s, 目标轨道为 500 km 圆轨道。

表 2 真空段弹道设计输入参数

Tab. 2 Input of trajectory design in vacuum flight

参数	数值
发射惯性系位置/m	[363 490.53; 117 768.46; -13 321.14]
发射惯性系速度/ (m · s ⁻¹)	[3 153.704 7; 480.684 9; -58.589 7]
初始质量/kg	62 362.6
发动机推力/kN	793
发动机比冲/ (m · s ⁻¹)	2 930.643 9

分别采用基于 Goodyear 预报的弹道设计方法、基于 Vinti 预报的弹道设计方法开展仿真分析，并与传统弹道设计结果进行对比。计算结果见表 3 及图 3~5。

表 3 不同弹道设计方法的计算结果

Tab. 3 Results of different trajectory design methods

参数	基于 Goodyear 的设计结果	基于 Vinti 的设计结果	传统设计结果
一次关机时间/s	180.006 9	179.938 9	179.940 8
二次关机时间/s	789.648 4	789.008 6	788.976 1
入轨质量/kg	11 045.822	11 218.955	11 227.745
半长轴/m	6 878 140.499	6 878 143.790	6 878 140.012
偏心率	1.049 4e-004	4.646 9e-006	<1e-20

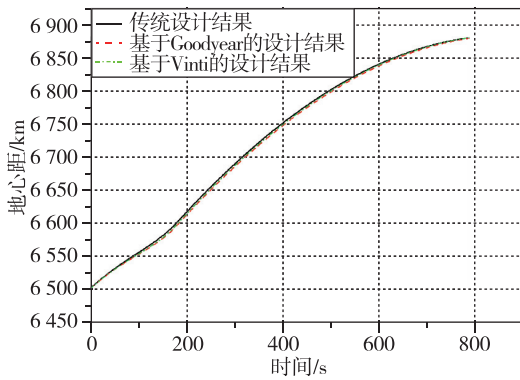


图 3 火箭末级飞行地心距

Fig. 3 Geocentric distance of last stage flight

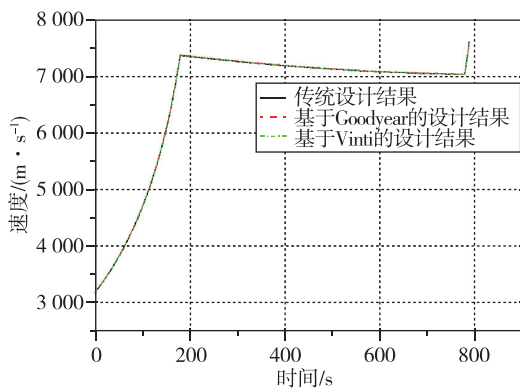


图 4 火箭末级飞行速度

Fig. 4 Velocity of last stage flight

在该算例中，传统弹道设计方法涉及点火时刻程序角、动力飞行段程序角斜率、关机时间等 6 个设计变量，约束参数仅有入轨点地心距、速度和弹道倾角 3 个，远少于设计变量个数，因此需要进行大量、充分的优化运算；而本文提出的方法

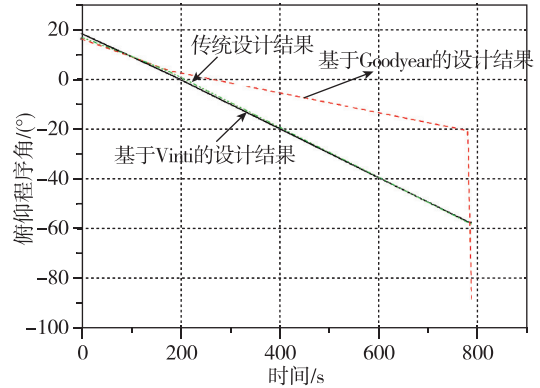


图 5 火箭末级飞行俯仰程序角

Fig. 5 Pitch program angle of last stage flight

仅需针对两点边值问题进行不断的迭代计算和弹道积分，思路相对简洁。仿真结果表明，3 种方法均可以得到满足入轨约束的飞行弹道，关机时间、入轨质量较为接近，其中基于 Vinti 的弹道设计结果与传统方法设计结果更为吻合，包括一次、二次关机时间等，最终的入轨质量仅相差 8.7 kg。而基于 Goodyear 的弹道设计方法采用了线性引力场假设和滑行段二体运动解析解，迭代模型精度有所损失，进而导致了在偏心率的入轨约束上精度稍差，入轨质量较其他 2 种方法小大约 180 kg，二次动力飞行段程序角斜率也更大，达到约 8 (°) /s，将给火箭姿态控制带来不利影响。

4 多级火箭含滑行时间约束的弹道设计

4.1 多级火箭含滑行时间约束的弹道设计思路

对于末级可以两次启动的三级火箭而言，通常二级和三级均在大气层外飞行，本文提出的弹道设计方法仍然适用，只需在 2.3 节的设计流程中增加二级飞行段。由于二级飞行时间固定，因此迭代参数不变，通过设置迭代初值 $\lambda_{r0} = [\lambda_{r0x} \ \lambda_{r0y} \ 0]^T$, $\lambda_{v0} = [\lambda_{v0x} \ \lambda_{v0y} \ 0]^T$, τ_{kl1} , τ_{kl2} 和式 (8)、(9) 依次快速解算出二级飞行段、三级一次动力飞行段、滑行段、三级二次动力飞行段的状态变量和协态变量，其余过程与 2.3 节相同。

本节以某常温三级火箭为例进行仿真计算^[13]。

4.2 弹道设计算例仿真

火箭二级和三级相关参数取值见表 4。三级滑行时间为 550 s，目标轨道为 600 km 太阳同步轨道。

分别采用基于 Goodyear 预报的弹道设计方法、基于 Vinti 预报的弹道设计方法、传统弹道设计方法开展仿真分析。计算结果见表 5 及图 6~8。

表 4 三级火箭真空段弹道设计输入参数
Tab. 4 Input of trajectory design in vacuum flight for three-stage launch vehicle

参数	数值
发射惯性系位置/m	[69 144; 60 481; -54 341]
发射惯性系速度/(m·s ⁻¹)	[2 054.398; 906.726; -348.716]
初始质量/kg	56 346.1
二级 推进剂弹道用量/kg	33 219
发动机总推力/kN	788.14
发动机比冲/(m·s ⁻¹)	2 930.8
初始质量/kg	19 156.1
三级 发动机总推力/kN	100.848
发动机比冲/(m·s ⁻¹)	2 971

表 5 三级火箭不同弹道设计方法的计算结果
Tab. 5 Results of different trajectory design methods for three-stage launch vehicle

参数	基于 Goodyear 的设计结果	基于 Vinti 的设计结果	传统设计结果
一次关机时间/s	507.606 0	508.003 3	507.986 0
二次关机时间/s	1 083.266 7	1 081.270 9	1 081.244 3
入轨质量/kg	5 247.97	5 315.716	5 316.521
半长轴/m	6 978 140.154 9	6 978 140.008	6 978 140.004
偏心率	6.591 7e-006	3.699 8e-007	<1e-20

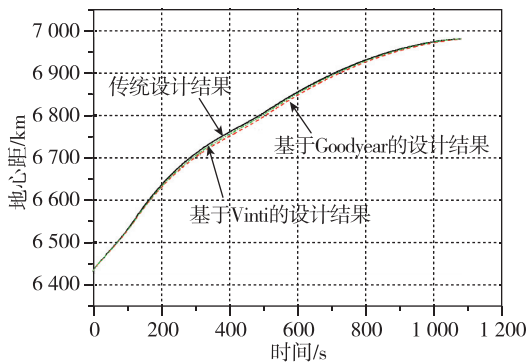


图 6 火箭二、三级飞行地心距
Fig. 6 Geocentric distance of second and third stage flight

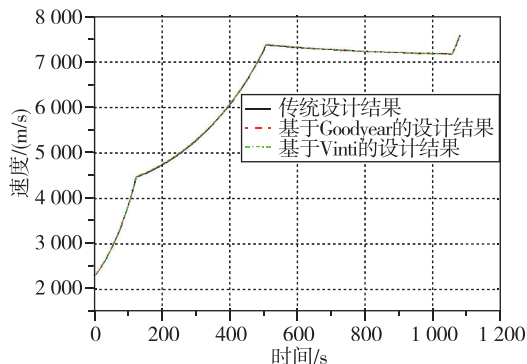


图 7 火箭二、三级飞行速度
Fig. 7 Velocity of second and third stage flight

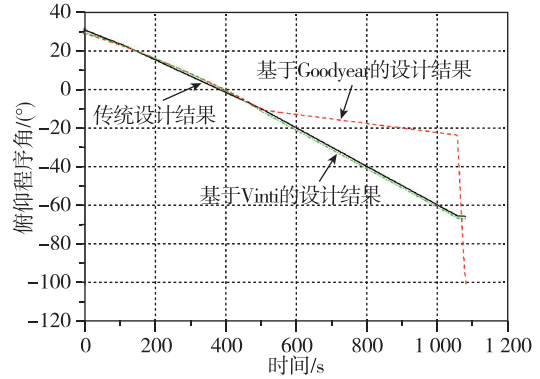


图 8 火箭二、三级飞行俯仰程序角
Fig. 8 Pitch program angle of second and third stage flight

在该算例中，采用传统弹道设计方法时由于增加了二级飞行段，设计变量增加到 8 个，而约束参数仍然只有入轨点地心距、速度和弹道倾角 3 个，这就进一步加大了优化难度；而本文提出的方法相比 3.2 节算例并没有增加迭代变量的个数，求解过程几乎完全一致，仅增加了二级飞行段的迭代和弹道积分。

仿真结果表明，基于 Vinti 的弹道设计结果与传统方法设计结果更为吻合，最终的入轨质量仅相差 0.8 kg；而基于 Goodyear 的弹道设计结果在入轨质量上较其他两种方法减小近 70 kg，二次动力飞行段程序角斜率也更大，达到 3.09 (°) /s，与 3.2 节算例出现的情况一致。

5 两种弹道设计思路对比

传统弹道设计方法本质上是将程序角、关机时间等设计变量代入完整、准确的运动方程进行数值积分，进而开展迭代和优化，该方法中的程序角采用了工程上常用的线性化处理，在程序角设计规律上有时会损失一定的最优性。此外，弹道设计的最优性主要靠优化算法来保证，优化算法的鲁棒性、寻优能力都将影响最终的弹道设计结果。尤其是在含无动力滑行段的情况下，设计变量个数远远多于约束个数，滑行段的存在也进一步增强了问题的非线性，使得弹道优化难度加大，对程序角初值的设置更为敏感，甚至陷入局部最优解。

本文提出的基于线性引力场和滑行段切换条件的弹道设计方法相对简洁很多，其基本的迭代变量仅有初始的 4 个协态初值和 2 个关机时间，弹道设计的最优性完全依靠横截条件、哈密顿函数终值条件和切换条件来保证。但同时，该方法在迭代过程中使用了简化的运动方程解析解，且最

优性条件也是基于线性引力场推导出来的,这也在一定程度上损失了最优性。此外,通过仿真可以发现,滑行段弹道预报模型越精确,则迭代产生的程序角越接近最优解,最终得到的入轨质量就越大,也越容易满足对入轨轨道的约束精度,同时也不会产生较大的程序角斜率。因此,在含滑行段的弹道设计中,应当优先采用 Vinti 预报方法开展滑行段弹道解算。

通过对比和仿真可知,两种弹道设计方法各有特点,通常可以获得几乎相同的设计结果。当应用于级数较多、含滑行段的火箭弹道设计问题时,基于线性引力场和切换条件的弹道设计方法能够在一定程度上简化问题的求解,保证得到问题的近似最优解,且在小推重比情况下更具有性能优势^[8];此外,使用的 Vinti 滑行段弹道预报方法也可以应用在传统弹道设计的滑行段计算中,从而避免滑行段弹道积分,大大提高弹道设计的效率。

6 结论

本文在线性引力场假设的基础上,将含固定滑行时长的切换条件引入弹道设计中,从而将含滑行时间约束的弹道优化问题转换成对两点边值问题的求解和对运动方程的积分。通过多个算例仿真得出以下结论:

1) 基于线性引力场和滑行段切换条件的弹道设计方法思路简洁,能够适用于对滑行时间有约束、末级两次点火的两级或多级火箭,设计结果与传统设计方法几乎一致;

2) 滑行段弹道预报精度对最终的弹道优化结果具有一定的影响,模型精度越高,优化结果越好;

3) 本文方法和思路应用范围较广,能够在各种推重比情况下获得最优弹道,在总体方案论证或初步设计阶段可以替代传统设计方法,以保证获得更好的运载性能。

参考文献

[1] 王玮,张众,陈振知,等. 现役运载火箭运载能力提升措施研究[J]. 上海航天(中英文), 2020, 37(S2): 59-64.

- [2] 张博俊,王俊峰,李大鹏,等. 简化弹道设计方法在运载火箭型号论证中的应用[J]. 弹道学报, 2019, 31(3): 12-17.
- [3] 崔乃刚,傅瑜,卢宝刚. 运载火箭大气层外级间有滑行段的最优轨迹快速生成方法[J]. 导弹与航天运载技术, 2013(1): 53-57.
- [4] Gath P F, Calise A J. Optimization of launch vehicle ascent trajectories with path constraints and coast arcs [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2001, 24(2): 296-304.
- [5] Lu P, Griffin B J, Dukeman G A, et al. Rapid optimal multiburn ascent planning and guidance [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2008, 31(6): 1656-1664.
- [6] Jezewski D J. Optimal analytic multiburn trajectories [J]. AIAA Journal, 1972, 10(5): 680-685.
- [7] Pan B F, Lu P. Rapid optimization of multiburn rocket trajectories revisited [C]. Proceedings of AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, Chicago, Illinois, AIAA, 2009: 6105.
- [8] 胡冬生,童科伟,张烽,等. 基于线性引力场的运载火箭弹道设计研究[J]. 弹道学报, 2022, 34(1): 9-16.
- [9] Lu P, Sun H S, Tsai B. Closed-loop endoatmospheric ascent guidance [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2003, 26(2): 283-294.
- [10] Chiaradia A P M, Kuga H K, Almeida Prado A F B D. Comparison between two methods to calculate the transition matrix of orbit motion [J]. Mathematical Problems in Engineering, 2012, 2012: 1-12.
- [11] Vinti J P, Der G J, Bonavito N L. Orbital and celestial mechanics [M]. Reston, Va.: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1998.
- [12] Bonavito N L. Computational procedure for Vinti's theory of an accurate intermediary orbit [M]. National Aeronautics and Space Administration, 1962: 1-24.
- [13] 《世界航天运载器大全》编委会. 世界航天运载器大全 (第2版) [M]. 北京: 中国宇航出版社, 2007.

引用格式: 胡冬生,刘楠,童科伟,等. 含滑行时间约束的真空段弹道设计研究[J]. 宇航总体技术, 2023, 7(1): 14-20.

Citation: Hu D S, Liu N, Tong K W, et al. Research on vacuum trajectory design with coasting time constraint [J]. Astronautical Systems Engineering Technology, 2023, 7(1): 14-20.