

# 基于权衡空间探索的多约束弹道初值确定方法

何兆伟<sup>1</sup>, 葛冰<sup>2</sup>, 徐利杰<sup>1</sup>, 李平歧<sup>1</sup>

(1. 北京宇航系统工程研究所, 北京 100076;  
2. 中国长征火箭有限公司, 北京 100070)

**摘要:** 运载火箭弹道设计对初值的选取敏感, 需要设计人员具备相应经验, 新构型或新任务下迭代设计易发散, 设计过程依靠人员手动调整, 效率较低。应用权衡空间探索及全局优化思想, 给出了多约束弹道设计初值确定方法, 并在此基础上重新建立了弹道设计流程, 自动完成初值选取及精确设计, 降低了设计过程对人员经验的依赖性, 提升了弹道设计方法的智能化程度, 提高了论证及设计效率。

**关键词:** 运载火箭; 弹道设计; 初值问题; 权衡空间探索

中图分类号: V412.1

文献标识码: A

文章编号: 2096-4080 (2021) 03-0015-06

## Method for Determining the Initial Value of Multi-Constrained Trajectory Design Based on Trade-Space Exploration

HE Zhaowei<sup>1</sup>, GE Bing<sup>2</sup>, XU Lijie<sup>1</sup>, LI Pingqi<sup>1</sup>

(1. Beijing Institute of Astronautical Systems Engineering, Beijing 100076, China;  
2. China Rocket Company Limited, Beijing 100070, China)

**Abstract:** Trajectory design of launch vehicle is sensitive to the selection of initial values, requiring designers to have corresponding experience. Iterative design under new configurations or tasks is easy to diverge. The design process relies on designer to adjust manually and is less efficient. By applying trade-space exploration and global optimization ideas, a method for determining the initial values of multi-constrained trajectory design is proposed, and on this basis, the engineering trajectory design process is rebuilt. The initial values selection and accurate design are automatically completed, reducing the dependence of the design process on designer experience, and improving the intelligent level and efficiency of demonstration and design.

**Key words:** Launch vehicle; Trajectory design; Initial value problem; Trade-space exploration

### 0 引言

智慧火箭研制的目标是实现设计和试验效率的提升, 具体表现为: 1周完成总体构型优化、1个月完成总体方案设计且一次成功率100%<sup>[1]</sup>。而在火箭总体设计中, 弹道设计起着极其重要的作

用, 火箭总体方案、设计参数、运载性能与飞行方案都是根据弹道设计的结果而确定的<sup>[2]</sup>。运载火箭弹道设计是一种典型的非线性规划问题<sup>[3]</sup>, 设计过程除了要符合火箭自身构型特点和有效载荷入轨要求外, 还要满足发射场、落区、飞行安全、地面跟踪测量与控制等约束条件。算法对初值的设置较为敏感, 常出现运算发散的情况<sup>[4]</sup>, 特别是

收稿日期: 2020-10-10; 修订日期: 2020-11-04

基金项目: 航天系统部项目 (30506020102)

作者简介: 何兆伟 (1984-), 男, 博士研究生, 高级工程师, 主要研究方向为运载火箭总体设计。

E-mail: 718792084@qq.com

在发射任务类型变化时，现有工程设计方法还较为依赖人员的自身经验，需要进行部分手动调整和优化。

本文从解决上述问题出发，对不同初值给定方法<sup>[5-8]</sup>进行了大量仿真研究。最终通过引入多属性权衡空间探索及全局优化思想，结合弹道设计需求建立了权衡空间中方案的评价指标，给出了初值搜索方法并据此重塑了工程弹道设计流程。同时，以较为复杂的三级半且末级两次启动的液体运载火箭为对象进行了仿真验证。

### 1 弹道设计模型

#### 1.1 弹道计算

弹道计算采用旋转椭球地球模型，考虑摄动项影响，所用动力学模型和飞行程序设计方法参见文献 [9]。

工程弹道计算中使用“弹道级”的概念以提

升设计配置的通用性和适用范围，每一个飞行段即为一个弹道级，包括结构级（含质量特性、加注诸元、动力参数等）、导引、关机、控制、气动、飞行程序、分离和通用属性等对象。每个弹道级按图 1 所示流程进行计算并积分，全部弹道级积分完成即完成了一条弹道的计算。

#### 1.2 迭代设计

弹道迭代设计的思路为通过对控制矢量  $\mathbf{X} = [x_1, x_2, \dots, x_n]$  的摄动来计算对入轨参数，即目标矢量  $\mathbf{Y} = [y_1, y_2, \dots, y_n]$  的影响，通过  $\mathbf{Y}$  与入轨要求的偏差解算  $\mathbf{X}$  的增量，直至偏差符合精度要求<sup>[3,10]</sup>。针对半长轴、近地点高度、远地点高度、入轨点矢径等长度目标变量，通常精度要求取  $1 \times 10^{-1}$  m；针对轨道倾角、近地点幅角、升交点经度、弹道倾角、分离时刻攻角等角度目标变量，通常精度要求取  $1 \times 10^{-4}^\circ$ 。

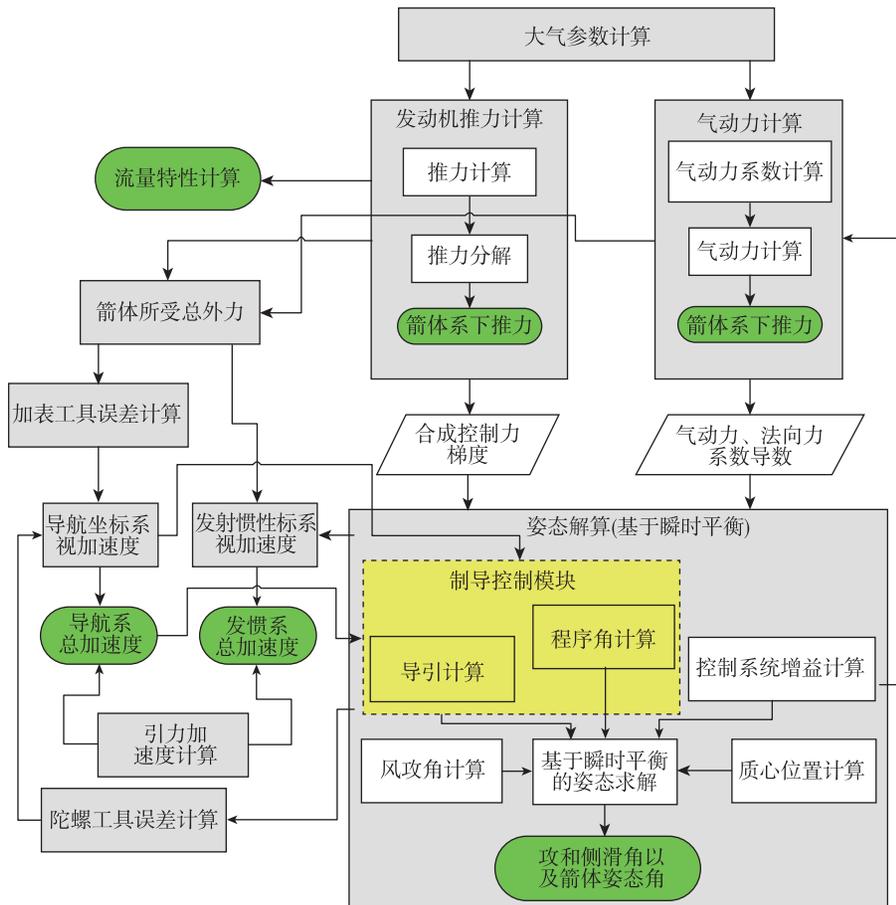


图 1 弹道级计算流程

Fig. 1 Calculation process of trajectory stage

数学模型为构建雅克比矩阵

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial y_1}{\partial x_1} & \frac{\partial y_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial y_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial y_2}{\partial x_1} & \frac{\partial y_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial y_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial y_n}{\partial x_1} & \frac{\partial y_n}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial y_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad (1)$$

通过高斯消元法求解  $\mathbf{X}$  的增量

$$J \begin{bmatrix} dx_1 \\ dx_2 \\ \vdots \\ dx_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta y_1 \\ \delta y_2 \\ \vdots \\ \delta y_n \end{bmatrix} \quad (2)$$

设计流程如图 2 所示。

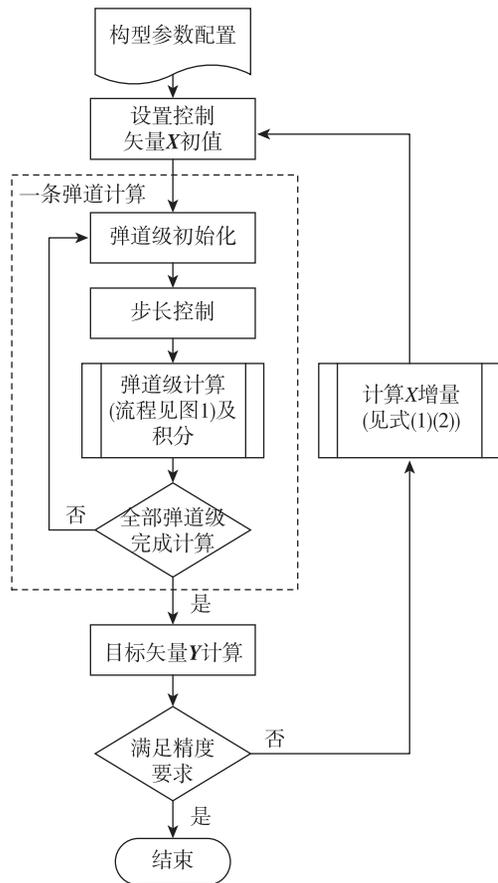


图 2 弹道迭代设计流程

Fig. 2 Design process of trajectory

针对低轨圆轨道,  $\mathbf{Y}$  的各分量一般选取半长轴  $a$ 、入轨点地心矢径  $r$ 、入轨点速度  $v$ 、入轨点弹道倾角  $\theta$  等; 针对高轨地球同步转移轨道,  $\mathbf{Y}$  的各分量一般选取近地点高度  $h_p$ 、远地点高度  $h_a$ 、近地点幅角  $\omega$ 、轨道倾角  $i$  等。而  $\mathbf{X}$  的各分量一般在考

虑火箭构型特点、设计约束及对  $\mathbf{Y}$  敏感度的基础上, 选取射向  $A_0$ 、不同弹道级的俯仰程序角  $\varphi_i$ 、偏航程序角  $\psi_i$ 、关机时间  $t_i$  等参数。

$\mathbf{X}$  和  $\mathbf{Y}$  的选取和对应关系, 以及其对设计收敛性的影响, 也体现出了任务类型变化对火箭弹道设计过程的影响, 以及人为经验在设计过程中起到的作用。

## 2 初值确定方法

### 2.1 问题描述

如图 2 所示, 弹道设计流程最初要选定控制矢量  $\mathbf{X}$  的分量并给定初值, 参数选择适当则算法收敛, 得到满足入轨精度要求的弹道设计结果。该算法及流程的优点在于可快速得到精确解, 缺点在于对初值敏感, 若初值距真值较远、不在收敛域内, 则计算发散。因此, 面向试样或应用飞行阶段的运载火箭转换常规任务类型、承接特殊轨道任务等工程实际场景, 或开展新型运载火箭构型论证时, 往往无法通过直接将目标矢量  $\mathbf{Y}$  更改至有效载荷入轨要求的方式自动得到设计结果, 而需要人为手动调整, 结合设计人员的经验对初值进行探索直至其进入收敛域内。方法的自动化、智能化程度低, 设计效率有待提升。

### 2.2 方法与流程

结合权衡空间探索与全局优化的思想确定弹道设计的初值。

根据多属性权衡空间探索方法<sup>[11]</sup>, 控制矢量  $\mathbf{X}$  的不同取值可达到不同的效用和成本。这就构成了一个权衡空间, 代表了决策者所有的设计选择, 空间中每个点都是一个备选方案, 探索权衡空间就是对备选方案进行权衡评估寻找最优解<sup>[12]</sup>。为兼顾局部收敛及全局搜索能力, 采用改进粒子群算法 (PSO 算法)<sup>[13]</sup> 对权衡空间进行全域搜索。即将每个控制矢量  $\mathbf{X}^i (i = 1, 2, \dots, m)$  抽象为没有质量和体积的微粒, 并延伸到  $n$  维空间, 粒子  $\mathbf{X}^i$  在  $n$  维空间里的位置表示为一个矢量  $[x_{i,1}, x_{i,2}, \dots, x_{i,n}]$ , 每个粒子还有一个速度矢量  $[v_{i,1}, v_{i,2}, \dots, v_{i,n}]$  决定了它们的搜索方向和距离。所有粒子都有一个由被优化函数决定的评价指标值  $f$ , 粒子知道自身到目前为止发现的最好位置 ( $p_{best}$ ) 和现在的位置, 即自身经验; 也知道整体粒子群体发现的最好位置 ( $g_{best}$ ), 即同伴经验。粒子通过自身经验和同伴经验来决定下一

步的搜索运动,以达到全局探索和局部开采的平衡。

取评价指标

$$f = \sum_{j=1}^n \xi_j \left( \frac{y_j - y_j^*}{y_j^*} \right)^2 \quad (3)$$

式中,  $y_j^*$  为有效载荷入轨要求  $Y^*$  的分量,  $\xi_j$  为各入轨参数的权重调节系数。

权衡空间搜索的步骤如下:

1) 随机生成权衡空间中  $m$  个控制矢量  $\mathbf{X}^i$  的位置和速度;

2) 将当前每个  $\mathbf{X}^i$  的位置和评价值  $f_i$  存在  $\mathbf{X}^i$  的  $p_{\text{best}}$  中, 将所有  $p_{\text{best}}$  中  $f_i$  最小的  $\mathbf{X}^i$  的位置和评价值存在  $g_{\text{best}}$  中;

3) 用式(4)更新每个  $\mathbf{X}^i$  的速度和位置;

$$\begin{aligned} v_{i,j}(t+1) &= \omega v_{i,j}(t) + c_1 r_1 [p_{i,j} - x_{i,j}(t)] + \\ &\quad c_2 r_2 [p_{g,j} - x_{i,j}(t)] \\ x_{i,j}(t+1) &= x_{i,j}(t) + v_{i,j}(t+1), j=1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (4)$$

式中,  $t=1, 2, \dots, k$ ,  $k$  为预先设置的迭代轮次数;  $\omega$  为惯性权重, 决定了对  $\mathbf{X}^i$  当前速度的继承度, 为兼顾全局与局部搜索能力, 本文采用线性递减权重  $\omega = \omega_{\text{max}} - \frac{t \times (\omega_{\text{max}} - \omega_{\text{min}})}{k}$ ;  $c_1$  和  $c_2$  为学习因子, 通常取值在  $0 \sim 4$  之间;  $r_1$  和  $r_2$  为  $0 \sim 1$  均布的随机数;  $p_{i,j}$  为  $p_{\text{best}}$  中存储的各位置分量,  $g_{i,j}$  为  $g_{\text{best}}$  中存储的各位置分量;

4) 将每个  $\mathbf{X}^i$  的评价值  $f_i$  与其经历过的最小值比较, 若较小则更新其  $p_{\text{best}}$ , 比较当前所有  $p_{\text{best}}$  和  $g_{\text{best}}$ , 若较小则更新  $g_{\text{best}}$ ;

5) 若满足停止条件(迭代轮次达到  $k$ , 或  $g_{\text{best}}$  中的  $f$  值小于等于预设的截至条件  $f^*$ ), 则输出结果, 否则返回 3) 步。

将初值确定方法嵌入设计流程, 重塑的工程弹道设计流程见图 3。可以看出, 初值确定方法与现行成熟的工程设计算法有机衔接(利用现有流程中的弹道计算进行评价值计算, 得到收敛域内的初值后交还给迭代设计), 程序复杂度低, 使得该方法完全符合工程实际应用需要。

### 3 仿真计算效果

#### 3.1 仿真条件

以较为复杂的三级半、末级两次启动、常规发射任务为高轨 GTO 载荷的液体运载火箭为对

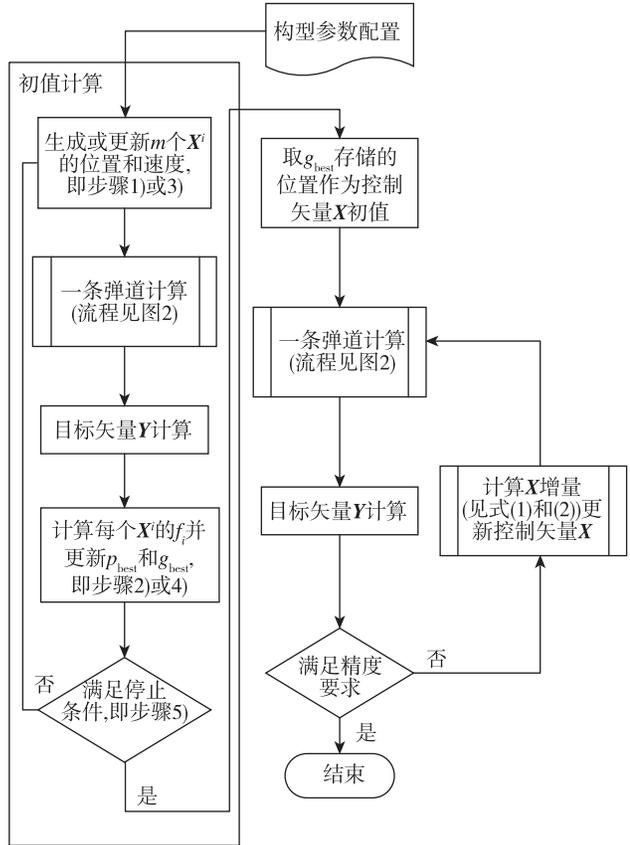


图 3 增加初值计算后的弹道设计流程

Fig. 3 Design process of trajectory with initial values calculation

象, 完成新低轨任务弹道设计, 在满足各项约束的同时, 终端入轨条件如表 1 所示。

表 1 终端条件

Tab. 1 Terminal conditions

	$h p / \text{m}$	$h a / \text{m}$	$\omega / (^{\circ})$	$i / (^{\circ})$
常规任务	200 000	35 991 000	179.3	28.5
新任务	500 000	560 000	178.0	27.5
精度要求	0.1	0.1	0.000 1	0.000 1

采用分解策略<sup>[4]</sup>对三级半运载火箭进行弹道设计, 求解策略及控制矢量、目标矢量的选取见表 2。

#### 3.2 仿真结果分析

火箭常规 GTO 任务控制矢量  $\mathbf{X}$  的设计结果为  $[-15.124 1^{\circ}, -85.452 0^{\circ}, 2.434 6^{\circ}, 177.044 0 \text{ s}]$ , 以此作为初值, 应用工程现行设计流程(图 2)的收敛性如图 4 所示。可以看出, 目标变量在迭代约 10 轮以后开始发散。

表 2 求解策略  
Tab. 2 Solution strategy

目标及约束	设计变量	$\mathbf{X}$	$\mathbf{Y}$
一级最大攻角 $\alpha_m$	助推关机时间 $t_{k0}$	—	—
助推器落区	助推俯仰程序角 $\varphi_{cx0}$	—	—
一二级分离攻角 $\alpha_1$	一级关机时间 $t_{k1}$	—	—
一级落区	一级单独工作段俯仰程序角 $\varphi_{cx1}$	—	—
有效载荷热流限制	抛整流罩时间 $t_z$	—	—
整流罩落区	二级关机时间 $t_{k2}$	—	—
二级落区	二级俯仰程序角 $\varphi_{cx2}$	—	—
停泊轨道近地点高度	三级一次关机时间 $t_{k3}$	—	—
近地点高度 $hp$	三级一次俯仰程序角 $\varphi_{cx3}$	$x_1$	$y_1$
近地点幅角 $\omega$	滑行段时间 $t_{k4}$	—	—
	三级二次俯仰程序角 $\varphi_{cx5}$	$x_2$	$y_2$
轨道倾角 $i$	射向 $A_0$	—	—
	滑行段偏航程序角 $\psi_{cx4}$	$x_3$	$y_3$
远地点高度 $ha$	三级二次关机时间 $t_{k5}$	$x_4$	$y_4$
有效载荷入轨姿态	调姿段俯仰/偏航/ 滚动程序角	—	—
	$\varphi_{cx7}, \psi_{cx7}, \gamma_{cx7}$	—	—

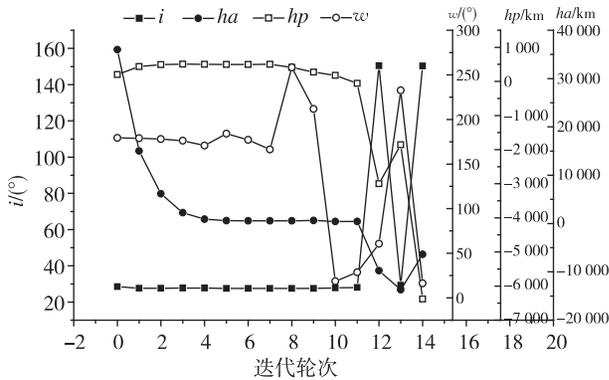


图 4 工程现行设计流程的收敛性曲线

Fig. 4 Convergence curve using original design process

应用 2.2 节权衡空间搜索方法进行初值计算，取粒子数  $m = 30$ ，迭代轮次  $k = 500$ ，评价值截止条件  $f^* \leq 1 \times 10^{-8}$ ，权重调节系数  $\xi_i$  均取 1，惯性权重  $\omega$  的计算中  $\omega_{\max} = 0.9$  和  $\omega_{\min} = 0.4$ ，学习因子  $c_1$  和  $c_2$  均取 1.5。

经仿真计算，得到评价值  $f$  的变化曲线如图 5 所示。最小值  $f_{\min} = 1 \times 10^{-6}$ ，对应  $g_{\text{best}}$  中控制矢量  $\mathbf{X}$  的位置为  $[19.697 1^\circ, -97.719 3^\circ, 25.983 0^\circ, 44.996 7 \text{ s}]$ ，以此为初值进行弹道迭代设计的收敛性如图 6 所示。由图 6 可以看出，迭代约 30 轮左右收敛，目标矢量  $\mathbf{Y}$  最终收敛至  $[500.000 0 \text{ km}$ ,

$178.000 0^\circ, 27.500 0^\circ, 560.000 0 \text{ km}]$ ，满足终端条件精度要求， $\mathbf{X}$  的最终设计结果（真初值）为  $[19.675 4^\circ, -97.814 3^\circ, 25.719 4^\circ, 44.894 1 \text{ s}]$ 。由图 7 可以看出， $\mathbf{X}$  逐步接近真初值的收敛过程。

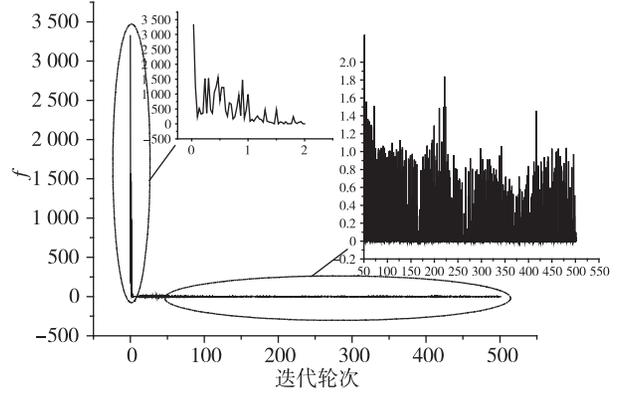


图 5 评价值  $f$  曲线

Fig. 5 Curve of evaluation value

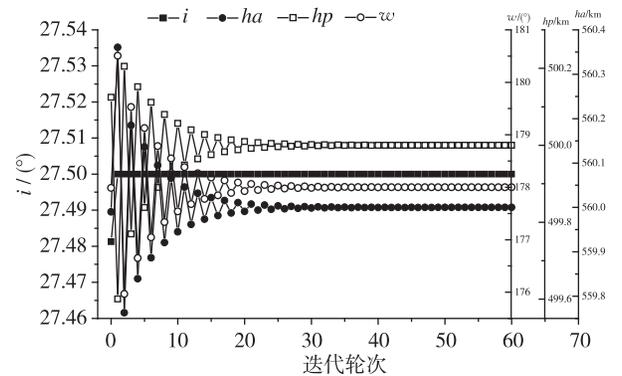


图 6 新流程下的目标矢量收敛性曲线

Fig. 6 Convergence curve of target vector using new design process

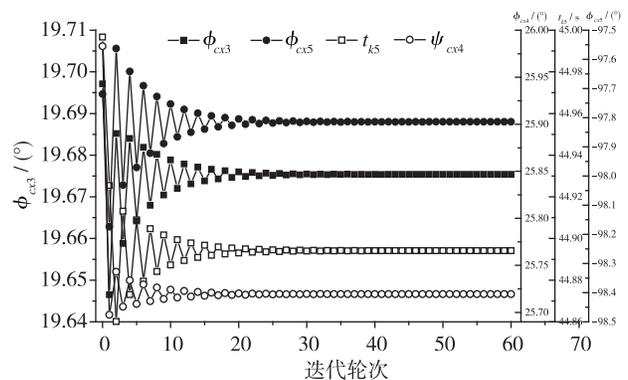


图 7 新流程下的控制矢量收敛性曲线

Fig. 7 Convergence curve of control vector using new design process

## 4 结论

本文着重解决多约束运载火箭弹道设计的初

值敏感问题。在梳理了当前工程弹道计算及迭代设计详细流程的基础上,将多属性权衡空间探索和全局优化思想有机结合,提出了弹道设计初值确定方法,并重塑了弹道设计流程。仿真结果表明:

1) 按新流程设计的弹道满足全部过程约束条件及最终入轨精度要求。

2) 针对不同终端约束条件,可在不改变控制和目标变量选取,且不改变设计初值的情况下,自动收敛得到设计结果。

3) 方法解决了初值敏感性问题,具有快速、全局的特点,并与现行成熟的工程计算方法有机衔接,复杂度低,符合工程实际应用需要。

应注意的是,在火箭应用发射常规任务弹道设计时,依然是传统设计方法计算效率更高,本文给出的方法及流程主要面向新构型、新任务类型下的设计工作。同时,方法针对如评价值  $f$  的截至条件等参数的取值,目前尚未形成统一的标准,要结合具体的任务问题来设置,因此,还需继续深入探索,不断提高方法的计算效率。

### 参考文献

- [1] 李洪.智慧火箭发展路线思考[J].宇航总体技术,2017,1(1):1-7.
- [2] 龙乐豪.总体设计(上)[M].北京:宇航出版社,1989.
- [3] 张博俊,王俊峰,李大鹏,等.简化弹道设计方法在运载火箭型号论证中的应用[J].弹道学报,2019,31(3):12-17.
- [4] 胡冬生,王俊峰,张普卓.基于分解策略的SSO任务发射轨道优化研究[J].导弹与航天运载技术,2017(1):10-13.
- [5] 熊瑶,袁洪,杨新,等.一种适用于平动点周期轨道初值计算的简化路径搜索修正法[J].空间科学学报,2020,40(1):102-108.
- [6] 李智欢,朱乔木,苏寅生,等.几种提高牛顿法潮流收敛性的初值给定方法研究[J].电工电气,2015(10):1-5+41.
- [7] 樊兆峰,马小平,邵晓根.神经网络预测控制局部优化初值确定方法[J].控制理论与应用,2014,31(6):741-747.
- [8] 王旭生,施伟璜,王伟,等.基于脉冲初值的小推力转移轨道优化研究[J].上海航天,2019,36(1):54-59.
- [9] 贾沛然,陈克俊,何力.远程火箭弹道学[M].长沙:国防科技大学出版社,2004.
- [10] 周天帅,张博俊,周桃.残骸落区对火箭构型影响论证[J].宇航总体技术,2020,4(2):41-45.
- [11] Richards M G, Ross A M, Hastings D E, et al. Multi-attribute tradespace exploration for survivability[D]. Massachusetts Institute of Technology, Engineering Systems Division, 2009.
- [12] 孙丽杰.体系可生存性的权衡空间分析[D].武汉:华中科技大学,2018.
- [13] 龚纯,王正林.精通MATLAB最优化计算[M].北京:电子工业出版社,2009.

引用格式:何兆伟,葛冰,徐利杰,等.基于权衡空间探索的多约束弹道初值确定方法[J].宇航总体技术,2021,5(3):15-20.

Citation: He Z W, Ge B, Xu L J, et al. Method for determining the initial value of multi-constrained trajectory design based on trade-space exploration [J]. Astronautical Systems Engineering Technology, 2021, 5(3): 15-20.