

# 基于三维有限元的火箭模态振型斜率预示方法研究

刘思宏<sup>1</sup>, 丁国元<sup>2</sup>, 张冬梅<sup>1</sup>, 洪良友<sup>1</sup>, 张伟<sup>1</sup>

(1. 北京强度环境研究所, 北京 100076; 2. 中国运载火箭技术研究院, 北京 100076)

**摘要:** 振型斜率火箭是姿控系统设计的重要参数, 对飞行任务的可靠性与安全性有着至关重要的作用。依据全箭动特性的测量原理及参数定义, 结合三维有限元建模方法和模型修正技术, 全面考虑了速率陀螺、惯组安装位置处的局部刚度对振型和振型斜率的影响, 建立了基于局部细节精细化建模的全箭模态振型斜率预示方法, 并总结了3种不同的振型斜率提取方法, 提高了振型斜率的预示精度。同时提供了三维模型振型一维化的方法, 解决了使用三维有限元模型计算弹性运动方程式系数的难题。

**关键词:** 运载火箭; 结构动力学; 模态振型; 振型斜率

中图分类号: V421

文献标识码: A

文章编号: 2096-4080 (2021) 02-0049-06

## Mode Shape Slopes Prediction Methods Based on 3D Finite Element Model

LIU Sihong<sup>1</sup>, DING Guoyuan<sup>2</sup>, ZHANG Dongmei<sup>1</sup>, HONG Liangyou<sup>1</sup>, ZHANG Wei<sup>1</sup>

(1. Beijing Institute of Structure and Environment Engineering, Beijing 100076, China;

2. China Academy of Launch Vehicle Technology, Beijing 100076, China)

**Abstract:** Vibration mode shape slope has been a primary issue of concern for attitude control system, which is vital for flight reliability and safety. In this paper, with reference to the principle of launch vehicle modal test and parameter definition, a mode shape slopes prediction method is proposed. Using 3D finite element modeling and model updating method, the effect of the local stiffness of structure where inertial components are installed is considered. Three different methods are summarized, which can help enhance the accuracy. The method of changing the modes of a 3D model to the modes of a 1D model is also presented, which can solve the problem of using 3D model to calculate the parameters of the attitude dynamics model.

**Key words:** Launch vehicle; Structural dynamics; Mode shape; Mode shape slope

### 0 引言

火箭的模态分析在总体设计中占有十分重要的地位, 主要目的是在动特性分析的基础上, 获取姿控系统、POGO设计和载荷计算所需要的振型和振型斜率。振型斜率定义为结构在某一

阶模态下振型的相对变化率, 一直是姿态控制系统设计的重要参数和关心的首要问题<sup>[1-4]</sup>。

目前, 全箭振动特性试验一直是获取速率陀螺等敏感元件安装位置局部振型斜率的重要途径。对于大型运载火箭而言, 全箭动特性试验需要投入数千万硬件加工和试验经费, 还可能对研制进

收稿日期: 2021-01-26; 修订日期: 2021-02-22

作者简介: 刘思宏 (1991-), 女, 硕士, 工程师, 主要研究方向为结构动力学、结构强度。E-mail: nwpu\_lsh@126.com

度产生重要影响<sup>[5-6]</sup>。另外,地面试验只能开展有限个状态,全面覆盖运载火箭的各个飞行状态是不现实的。因此,试验结合仿真的虚实结合技术是解决这个问题的方法。一方面,仿真计算可以补充地面试验状态的不足,得到各飞行秒状态的参数;另一方面,地面试验可为仿真提供修正和确认的依据。其中,斜率预示技术是运载火箭研制中非常重要的一项工作,关键是如何提高惯组、速率陀螺等敏感元件安装位置局部振型斜率的预示精度。

目前对于需要进行振型斜率预示的型号,一般建立等效梁模型进行全箭的模态分析<sup>[7-9]</sup>。这种模型虽然能够较准确地体现全箭的横向振动特性,但得到的振型斜率是惯性器件(惯组、速率陀螺)安装位置所在的横截面的整体转角,无法提取姿态控制系统中惯性器件处的局部振型斜率。随着运载火箭结构尺寸的增加,惯性器件安装位置局部振型斜率沿圆周方向的变化越来越突出,传统等效梁模型只能获火箭整体模态信息,无法反映火箭结构的局部效应对局部振型和振型斜率的影响。如果惯性器件安装处的局部刚度较弱,则将导致所谓的局部斜率问题,即火箭的横截面转角与局部的转角不一致,相应地也会影响姿控系统的设计。

为了获得惯性器件安装位置处的振型斜率,本文提出了一种基于局部细节精细化建模的振型斜率预示方法。采用三维有限元建模方法建立全箭动力学模型,考虑局部刚度变化对振型和振型斜率的影响,保证局部刚度的正确还原,并结合模态试验结果对模型进行修正。通过建立能够反映全箭结构局部刚度特性的高精度动力学仿真模型,并采用不同的振型斜率提取方法,获得惯性器件安装位置处的振型斜率,从而提高模态振型斜率预示的精度,解决目前采用等效梁模型所预示的模态振型斜率只能反映横截面整体特性,而不能真实反映惯性器件安装位置局部振型斜率的问题。还提出了三维模型振型一维化的方法,为基于三维模型仿真结果进行控制系统设计提供了途径。目前已使用该方法对多个运载火箭进行了全箭动特性预示工作,获得了惯组、速率陀螺安装位置处的振型斜率,为航天器结构动力学建模、修正与姿态控制系统设计提供了参考依据。

## 1 基于三维模型的振型斜率预示方案

为了提高振型斜率的预示精度,首先建立高精度的箭体三维有限元模型,并对惯组或速率陀螺安装舱段的模型进行局部细化处理,对惯组、速率陀螺安装支架进行详细建模,并根据模态试验结果进行三维动力学模型修正。使用修正后的模型进行模态仿真计算,提取惯组、速率陀螺测点处的变形结果,并根据归一化点进行归一化处理,提取振型斜率。如果有模态试验振型斜率的实测数据,则进行振型斜率预示与测量值的对比,计算两者的误差,给出基于三维有限元的振型斜率预示方法的精度。最后提取全箭一维振型。总体思路如图1所示。

### 1.1 基于舱段细节建模的虚实建模方法

为了提高振型斜率的预示精度,需要建立高精度的全箭三维有限元模型,尤其需要对惯组或速率陀螺安装舱段的模型进行细化。舱段蒙皮的局部厚度变化、开口、口盖、环框和梁均需要建模,在单元属性中予以准确定义,仪器安装板、惯组和速率陀螺安装支架、井字梁等也需要建立详细的壳体模型。一般地,考虑到惯性器件自身刚度较大,可将速率陀螺和惯组简化为集中质量进行模拟,根据质量、质心位置予以定义,也可以建立壳单元或实体单元模型进行模拟。惯性器件与安装板、井字梁或支架之间的连接采用刚性体约束单元的方式,根据它们之间的连接特征确定刚性约束的范围,即连接方式、螺栓个数及位置等,保证局部刚度的正确还原。

在以往的设计中,需对弹性振动特性进行计算分析的模型均进行了局部细节建模,部分分析中惯组安装的井字梁、支架等的三维有限元模型如图2~4所示。

舱段模型建立完成后,将各个舱段进行对接、组装,得到全箭的有限元模型。采用有限元通用分析软件 Nastran 完成全箭模态分析,得到全箭的各阶模态频率和振型。结合部段或全箭的模态试验数据,根据测量得到的频率和振型对全箭三维有限元模型进行修正,使修正后的三维有限元模型满足主要模态频率误差不超过5%,振型 MAC 值大于90%,得到能够反映全箭动特性的高精度三维仿真模型。

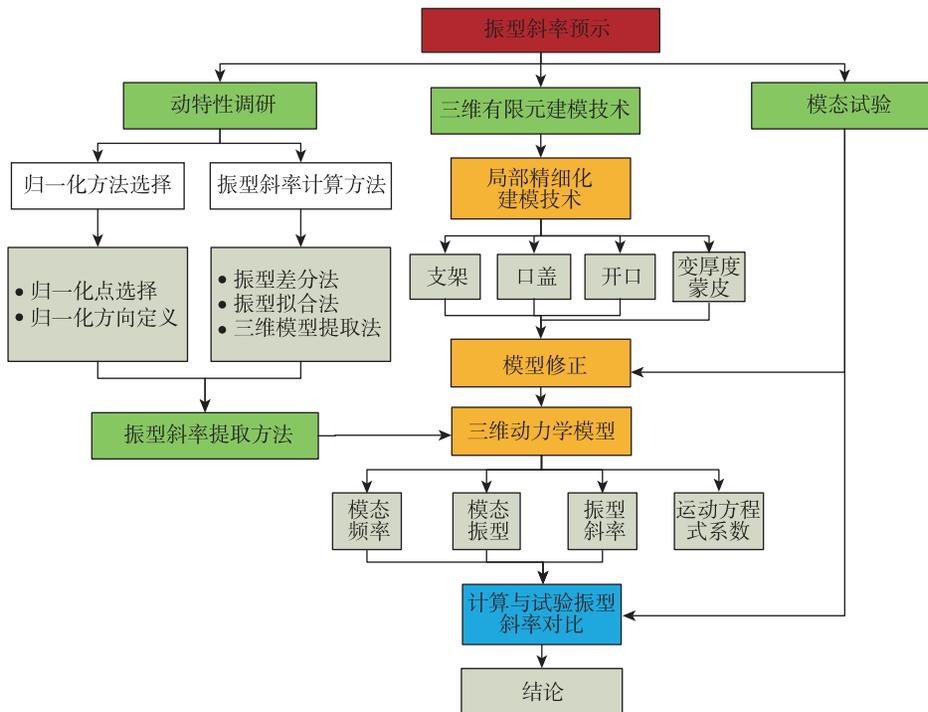


图 1 基于三维有限元的振型斜率预示方法总体思路图

Fig. 1 Principle of the mode shape slopes prediction methods

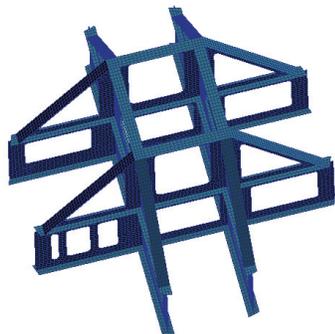


图 2 惯组安装井字梁有限元模型

Fig. 2 Finite element model of the inertial measurement unit bracket

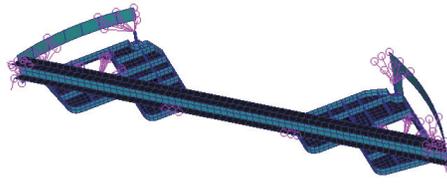


图 4 惯组安装大梁有限元模型

Fig. 4 Finite element model of the inertial measurement unit beam

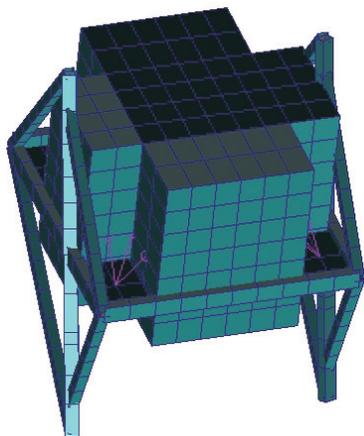


图 3 惯组支架和惯组有限元模型

Fig. 3 Finite element model of the inertial measurement unit and its bracket

### 1.2 振型斜率提取方法

箭体坐标系定义如下： $x$  轴沿箭体纵向，由头部指向尾部； $y$  轴为俯仰方向，由 I 象限指向 III 象限； $z$  轴为偏航方向，由 IV 象限指向 II 象限，如图 5 所示。

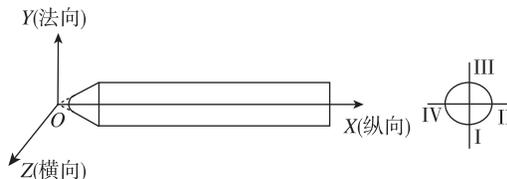


图 5 箭体坐标系示意图

Fig. 5 Coordinate system of the launch vehicle

箭体纵向、横向及扭转特性的计算是求解式 (1) 的广义特征问题<sup>[10]</sup>

$$\mathbf{K}\boldsymbol{\phi}_i - \omega_i^2 \mathbf{M}\boldsymbol{\phi}_i = 0 \quad (1)$$

式中,  $\mathbf{K}$  为箭体结构的总刚度矩阵;  $\mathbf{M}$  为箭体结构的总质量矩阵;  $i$  为模态阶次,  $i = 1, 2, \dots, n$ ;  $\omega_i$  为箭体的第  $i$  阶圆频率;  $\boldsymbol{\phi}_i$  第  $i$  阶特征向量。

每个节点有 3 个平动和 3 个转动自由度, 每个节点的特征向量  $\boldsymbol{\phi}_{i\_N}$  为 3 个方向的平动位移和转角所组成的向量:  $\boldsymbol{\phi}_{i\_N} = \{u_{xi\_N}, u_{yi\_N}, u_{zi\_N}, r_{xi\_N}, r_{yi\_N}, r_{zi\_N}\}$ 。

将特征向量按指定节点进行归一化处理, 归一化点应选取反映火箭整体模态、数值较大且易被试验验证的节点, 一般选择箭体整流罩顶点。选取归一化点 6 个自由度分量  $\boldsymbol{\phi}_{i\_0} = \{u_{xi\_0}, u_{yi\_0}, u_{zi\_0}, r_{xi\_0}, r_{yi\_0}, r_{zi\_0}\}$  中的最大绝对值  $|u_{i\_0}|$ , 将节点的特征向量  $\boldsymbol{\phi}_{i\_N}$  除以  $|u_{i\_0}|$ , 得到节点归一化的特征向量  $\bar{\boldsymbol{\phi}}_{i\_N} = \{\bar{u}_{xi\_N}, \bar{u}_{yi\_N}, \bar{u}_{zi\_N}, \bar{r}_{xi\_N}, \bar{r}_{yi\_N}, \bar{r}_{zi\_N}\}$ 。

得到全箭的各阶模态振型及各节点的特征向量后, 有 3 种振型斜率提取方法。

### 1.2.1 振型差分法

按横向振动理论, 若把火箭视为轴对称结构, 在直角坐标系下, 振型斜率可按式 (2) 计算

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi'_{\text{俯仰}} = \frac{\Delta u_z}{\Delta x} \\ \phi'_{\text{偏航}} = \frac{\Delta u_y}{\Delta x} \end{array} \right. \quad (2)$$

式中,  $\Delta u_y$  和  $\Delta u_z$  分别为火箭横轴  $y$  向、 $z$  向的相对振型变化量,  $\Delta x$  为火箭纵轴  $x$  几何尺寸变化量。

只要能计算出惯性器件安装位置处附近节点的固有振型, 即可采用差分法计算振型斜率。

### 1.2.2 振型拟合法

从理论上说, 振型斜率和固有振型存在导数关系。因此可以计算出火箭各节点的固有振型, 经过归一化处理后, 拟合出火箭的振型曲线, 对该振型曲线求一阶导数, 得到振型斜率曲线, 再带入关注位置的坐标, 即可得到该位置处的振型斜率值。计算公式如下

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi'_{\text{俯仰}} = \frac{du_z(x)}{dx} \\ \phi'_{\text{偏航}} = \frac{du_y(x)}{dx} \end{array} \right. \quad (3)$$

式中,  $u_y(x)$  和  $u_z(x)$  分别为火箭横轴  $y$  向、 $z$  向的振型, 是  $x$  的函数。

以上两种方法是适用于梁模型 (或将三维模

型缩聚为梁模型), 得到的振型斜率是测点位置截面的平均结果。在三维模型中, 将振型斜率测量截面所有节点的振型斜率提取出来, 进行平均处理, 可近似为采取该方法的结果。

### 1.2.3 直接提取法

使用精细化三维有限元模型进行模态计算后, 直接提取惯性器件质心点处的特征向量, 在箭体第  $i$  阶模态下, 惯性器件质心点  $C$  的特征向量  $\boldsymbol{\phi}_{i\_C}$  为 3 个方向的平动位移和转角所组成的向量:  $\boldsymbol{\phi}_{i\_C} = \{u_{xi\_C}, u_{yi\_C}, u_{zi\_C}, r_{xi\_C}, r_{yi\_C}, r_{zi\_C}\}$ 。在质心点归一化的特征向量  $\bar{\boldsymbol{\phi}}_{i\_C}$  中, 沿箭体纵轴方向的平动部分  $\bar{u}_{xi\_C}$  表示该阶模态的纵向振型分量, 沿 2 个横轴方向的平动部分  $\bar{u}_{yi\_C}, \bar{u}_{zi\_C}$  分别代表该阶模态的俯仰和偏航平面的振型分量, 绕箭体纵轴的转角  $\bar{r}_{xi\_C}$  代表该阶模态的扭转振型分量, 绕 2 个横轴的转角  $\bar{r}_{yi\_C}, \bar{r}_{zi\_C}$  分别代表偏航和俯仰振型对应的振型斜率。

振型斜率的方向按如下定义: 如果振型方向是 I-III 方向, 则测点的正向斜率为  $\bar{r}_{zi\_C}$ , 铰连向斜率为  $\bar{r}_{yi\_C}$ ; 如果振型方向是 II-IV 方向, 则测点的正向斜率为  $\bar{r}_{yi\_C}$ , 铰连向斜率为  $\bar{r}_{zi\_C}$ 。

提取振型斜率后, 需进行振型斜率符号的归一化, 根据 QJ3285-2006《导弹与运载火箭模态试验方法》, 通常取特征点的振型斜率符号为负。因此, 从有限元计算结果提取的测点振型斜率, 也根据这一原则进行调整。当归一化点的振型斜率为负时, 测点的振型斜率符号不变; 当归一化点的振型斜率为正时, 测点的振型斜率符号统一变号。

如果模态试验测得了惯性器件质心点处的振型斜率, 则进行试验测量值和仿真计算值之间的比较, 通常计算两者的相对误差, 以百分数形式表示。当斜率提取点位于振型波幅点附近时, 此时振型斜率的数值本身较小, 可以考虑用试验-计算的绝对误差表示。

## 1.3 三维模态振型一维化方法

控制系统设计需要的运动方程式系数计算, 需要各个站位的振型及振型斜率值, 本质上是一维振型。因此, 需要将使用三维模型计算得到的模态结果一维化表示。经过多种提取方法的对比研究发现, 将三维模型中与主振方向相切的测点处的振型作为该截面的振型值, 能够最大限度地

消除振型的局部皱褶特征，避免了法向振型、截面平均振型的局部呼吸效应。

对于弯曲振型，选取芯级和内分支蒙皮上与主振方向相切的节点（对于俯仰方向的弯曲振型，取位于 II 象限或 IV 象限上的节点；对于偏航方向的弯曲振型，取位于 I 象限或 III 象限上的节点），取振型向量中的相应平动位移分量，或位于两个象限两点的平动位移分量的平均值，作为该轴向站位（轴向位置坐标）的振型，以节点的轴向位置坐标为横轴，以位移分量或平均位移分量为纵轴，即可得到全箭的一维弯曲振型；对于纵向振型，选取芯级和内分支蒙皮上的所有节点，将同一轴向位置节点的纵向平动位移分量取平均值，作为全箭的一维纵向振型；对于扭转振型，选取芯级和内分支蒙皮上的所有节点，同一轴向位置节点的扭转振型分量取平均值，作为全箭的一维

扭转振型。

## 2 实例分析

根据上述方法，对某运载火箭开展了有限元建模、全箭弹性特性预示，得到全箭的弯曲、扭转、纵向模态，为模态试验设计提供参考；并根据试验结果对全箭有限元模型进行修正。进而计算得到飞行状态下的弹性数据，获得惯组基座和速率陀螺安装处的振型斜率，为姿控系统提供参数。

表 1 给出了基于修正有限元模型的模态计算结果与试验结果的对比。可见，修正后的空箱状态有限元模型，全箭各主要模态的仿真与试验结果获得较好一致性，计算和试验频率误差小于 6%，振形 MAC 值大于 94%，表明了全箭有限元模型的可靠性。

表 1 空箱模态结果初步对比

Tab. 1 Comparison of launch vehicle mode shape without propellant

振形描述	三维振形图	振形对比（红线代表试验，蓝线代表计算）
一阶弯曲 I-III		
一阶弯曲 II-IV		
二阶弯曲 I-III		
二阶弯曲 II-IV		
一阶纵向		
三阶弯曲 I-III		
三阶弯曲 II-IV		

采用修正后的全箭模型对火箭实际飞行的各个秒状态进行动特性预示，获得全箭的动特性，得到了惯组和速率陀螺安装处的振型斜率，并与

试验结果进行对比，如图 6 所示。可见，采取本文方法，取得了很好的振型斜率预示效果。

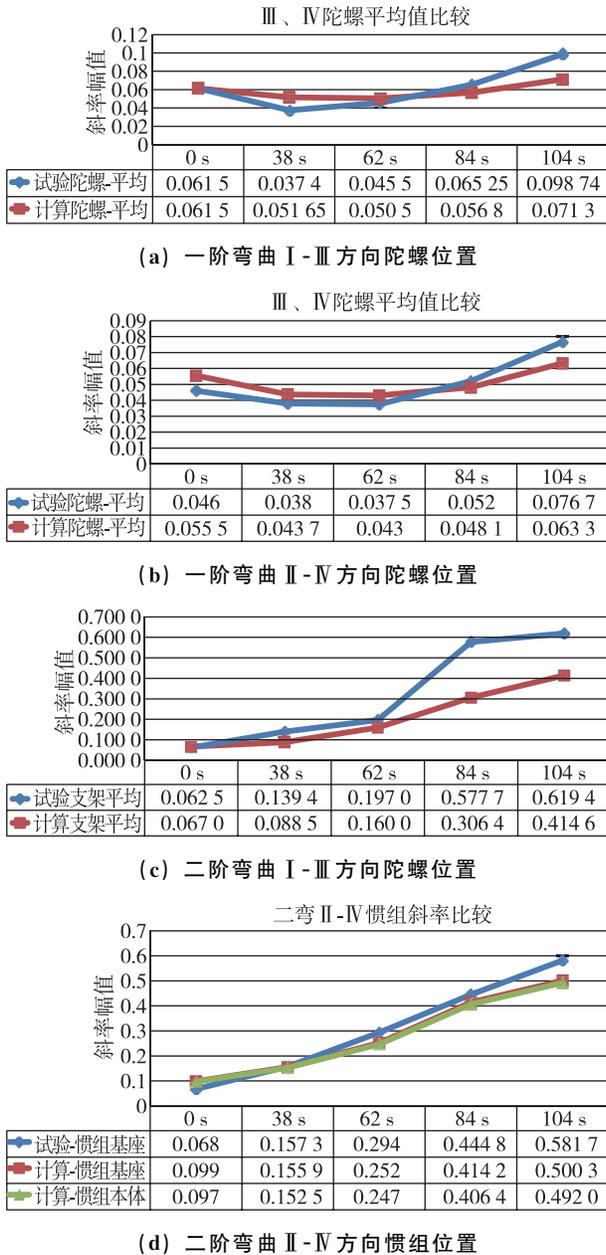


图 6 各飞行秒状态振型斜率预示结果

Fig. 6 Mode shape slopes prediction results in different flight conditions

### 3 结论

本文结合模态试验数据和模型修正技术，提出了基于局部细节精细化建模的全箭振型斜率预示方法。充分考虑惯性器件安装位置处的局部刚度对振型和振型斜率的影响，通过局部结

构精细化建模，将影响结构刚度的因素带入模型中，获得精度较高的箭体结构三维动力学模型，并形成了完整的全箭振型斜率预示、分析及结果提取技术。该方法相较等效梁模型，能够更精确地模拟惯性器件安装位置处的局部刚度，提高了振型斜率预示的精度。另外，建立了三维模态振型一维化方法，解决了三维有限元模型计算弹性运动方程式系数的难题。

目前在多个工程项目中的应用结果表明，该方法的使用有效地提高了模态分析和斜率预示的效率与精度，与试验结果形成相互对照参考，可为速率陀螺选位、局部结构设计改型、控制系统设计提供支撑和依据，为总体、结构、导航与控制专业的设计工作提供了技术支撑，提高工作的效率。

### 参考文献

- [1] 吴燕生,何麟书.新一代运载火箭姿态控制技术[J].北京航空航天大学学报,2009,35(11):1294-1297.
- [2] Wang J M, Qiu J B. Simulation techniques for the modal test of a large strap-on launch vehicle[C]. Computational Mechanics WCCM VI in Conjunction with APCOM'04, Beijing, 2004: 5-10.
- [3] 邱吉宝,王建民.运载火箭模态试验仿真技术研究新进展[J].宇航学报,2007,28(3):515-521.
- [4] 邱吉宝,王建民.航天器虚拟动态试验技术研究及展望[J].航天器环境工程,2007,24(1):1-14.
- [5] 王毅,朱礼文,王明宇,等.大型运载火箭动力学关键技术及其进展综述[J].火箭与航天运载技术,2000,2(1):29-37.
- [6] 于海昌.大型火箭振动试验振型斜率测试方法[J].强度与环境,1996(3):46-53.
- [7] 芦旭,王平,关振群,等.航天运载器局部连接刚度对振型斜率的影响[J].强度与环境,2014,41(1):10-16.
- [8] 潘忠文.运载火箭动力学建模及振型斜率预示技术[J].中国科学(E辑:技术科学),2009,39(3):469-473.
- [9] 潘忠文,王旭,邢誉峰,等.基于梁模型的火箭纵横扭一体化建模技术[J].宇航学报,2010,31(5):1310-1316.
- [10] 孙海文,胥磊.某火箭模态分析与模态试验[J].兵器装备工程学报,2017,38(6):176-179.

引用格式:刘思宏,丁国元,张冬梅,等.基于三维有限元的火箭模态振型斜率预示方法研究[J].宇航总体技术,2021,5(2):49-54.

Citation: Liu S H, Ding G Y, Zhang D M, et al. Mode shape slopes prediction methods based on 3D finite element model [J]. Astronautical Systems Engineering Technology, 2021, 5(2): 49-54.