

基于目标加速度方向观测的微分对策制导律

许佳骆¹, 胥彪¹, 冯建鑫¹, 张金鹏^{2,3}

- (1. 南京航空航天大学, 南京 210016;
2. 中国空空导弹研究院, 洛阳 471009;
3. 航空制导武器航空科技重点实验室, 洛阳 471009)

摘要: 针对延迟信息条件下的机动目标拦截问题, 研究了一种考虑目标加速度方向观测的微分对策制导律。首先, 针对引入目标方向观测信息末制导博弈问题, 建立了微分对策数学模型。随后, 利用状态依赖黎卡提方程求解微分对策问题, 得到包含无延迟目标机动项的微分对策制导律, 可以更为有效地拦截机动目标。最后, 在延迟信息条件下, 利用目标加速度方向观测的方法补偿延迟的目标加速度, 再将补偿后的目标加速度信息取代无延迟的目标加速度, 得到延迟信息条件下考虑目标加速度方向观测的微分对策制导律。仿真结果表明, 新的制导律可以在延迟信息条件下有效地拦截机动目标。

关键词: 制导; 微分博弈; 状态依赖黎卡提方程; 延迟信息; 加速度方向观测

中图分类号: V448.133

文献标识码: A

文章编号: 2096-4080 (2021) 01-0027-10

Differential Games Guidance Law with Observation of Target's Acceleration Orientation

XU Jialuo¹, XU Biao¹, FENG Jianxin¹, ZHANG Jinpeng^{2,3}

- (1. Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China;
2. China Airborne Missile Academy, Luoyang 471009, China;
3. Aviation Key Laboratory of Science and Technology on Airborne Guided Weapons, Luoyang 471009, China)

Abstract: For the problem of intercepting a maneuvering target with delayed information, a differential-games based guidance law with observation of target's acceleration orientation is studied. First, for the problem of terminal differential games guidance with observation of target's acceleration orientation, the model of the differential games guidance is built. Then, the differential game is solved by the way of state-dependent Riccati equation. A differential-games based guidance law with target's acceleration is achieved, which intercepts maneuvering targets better. Finally, under assumptions of delayed target acceleration, by the way of observing target's acceleration orientation, a more accurate target acceleration is achieved. Replacing the target's acceleration with no delay with compensated acceleration, a differential-games based guidance law with observation of target's acceleration orientation is achieved. The simulation results shows that the new guidance law can intercepts maneuvering targets better with delayed target's acceleration.

Key words: Guidance; Differential games; State-dependent Riccati equation; Delayed information; Observation of acceleration orientation

收稿日期: 2020-09-08; 修订日期: 2020-10-19

基金项目: 国家自然科学基金 (61603183)

通信作者简介: 胥彪 (1986-), 男, 博士, 讲师, 主要研究方向为飞行器制导与控制。E-mail: bxu@nuaa.edu.cn

0 引言

由于军事技术进步,现代强机动性能飞行器对于制导性能的指标要求较高。传统的比例制导律、最优制导律在应对高机动目标时,需要准确的目标加速度信息,而不准确的目标加速度信息会对制导效果产生极大影响。微分对策制导律对于精确目标加速度信息的依赖程度较小,制导过程中只需要目标的机动能力信息,而不需要精确的目标加速度信息。

微分对策问题(differential games, DG)最早由 Isaacs^[1]提出。Gutman^[2]利用简化的模型设计出一种微分对策制导律。Shinar^[3]假设攻防双方均具有1阶动态响应,提出了一种基于零化脱靶量方法的微分对策制导律 DGL/1。该微分对策制导律利用状态转移矩阵对微分对策问题进行降阶,并采用哈密顿方法进行极大极小值求解,得到的制导律幅值为导弹的最大加速度,而加速度方向由脱靶量符号决定,其中计算脱靶量符号时需要用到目标的加速度信息。Shinar 等^[4]假设对目标加速度观测存在延迟,利用延迟的目标加速度信息,结合已知的目标最大机动能力以及目标动态响应延迟估计出实时的目标加速度,利用估计的加速度代替实时目标加速度进行脱靶量计算,设计延迟目标加速度信息条件下的微分对策制导律 DGL/C。随后,Shinar 等^[5]针对时间延迟对于制导律设计的影响进行详细论述。Glizer 等^[6]针对目标的速度、加速度存在观测延迟的情况,设计出考虑双信息延迟的微分对策制导律 DGL/CC。Glizer 等^[7]又给出了一种考虑多信息延迟的微分对策制导律。Oshman 等^[8]针对 DGL/C 制导律,利用无延迟的目标加速度方向观测对延迟目标加速度信息进行补偿,设计出利用目标加速度方向观测改进的制导律 DGL/S。相较于 DGL/C 制导律,该制导律对于目标加速度的预测值更加准确,进一步降低了脱靶量,提升制导效果。以上制导律都基于 DGL/1 制导律的框架,针对不同的延迟信息条件进行研究,利用目标机动能力值与动态响应方程对目标加速度可达域进行预测,同时利用低延迟的加速度相关的信息进行补偿,随后利用这些预测得到目标加速度进行脱靶量的计算,提升延迟信息条件下的制导效果。

上述制导律得益于零化脱靶量模型的特点,

在进行极大极小值求解时可以将问题转化为求解脱靶量的符号。但是这类制导律是一种 bang-bang 类型的控制,同时在面对新的制导要求如攻击角时,求解困难较大,而状态依赖黎卡提方程方法(state-dependent Riccati equation, SDRE)可以极大地降低微分对策问题的求解难度。

Bardhan^[9]利用零化视线角速率的方式进行制导律设计,并采用 SDRE 的方法对极大极小值问题进行求解。同时基于无穷稳定理论将黎卡提方程的微分项舍去,将问题转化为每一决策阶段的 SDRE 求解,设计出利用 SDRE 方法求解微分对策问题的 SDRE-DG 制导律。该制导律不需要剩余时间的估计,而之前的微分对策制导律都需要利用剩余时间来对脱靶量进行估计。Bardhan 等^[10]又将状态空间扩展为视线角速率与攻击角,由于采用了 SDRE 方法,问题的求解难度降低。这些制导律利用 SDRE 方法进行求解,将问题转化为状态依赖参数(state-dependent coefficient, SDC)和代数黎卡提方程的求解。这类制导律可以对支付函数进行设计以满足不同的性能指标,同时舍去黎卡提方程的微分项以避免剩余时间估计,利用实时计算的 SDC 将问题转化为代数黎卡提方程的求解。Cloutier 等^[11]对于 SDRE 方法进行了总体论述。Çimen^[12]对于 SDRE 方法进行了详细的论述分析,并着重对稳定性、求解方法、结构进行介绍与分析。孙平等^[13]集中解释了 SDRE 问题集中于状态相关参数的构造、权重矩阵的选择以及代数黎卡提的求解。Menon 等^[14]介绍了 SDC 的构造原则,同时介绍了 Schur 法和 Kleinman 法两种方法来解代数黎卡提的实时求解问题。

上述文献都未对目标存在非博弈机动的情况进行考虑。而 Farhan^[15]在微分对策问题的设计过程中,将导弹与目标的机动分为追逃机动和干扰机动,给出了一种考虑目标进行干扰机动的微分对策制导律。

本文利用 SDRE 的方法研究了导弹微分博弈制导问题,引入了目标加速度方向观测,提高了制导精度。在实际应用中,实时且精确的目标加速度往往难以获得,假设导弹只能获得具有一定时间延迟的目标加速度,结合 Oshman 等^[8]的方法进行目标加速度方向观测,即对目标加速度的极性进行观测,可以得到补偿后的目标加速度值的符号。将补偿后预测得到的目标加速度取代上

述微分对策制导律所需要的实时目标加速度，最终设计出考虑目标加速度方向观测的微分对策制导律，该制导律可以更好地实现延迟信息条件下的机动目标拦截。

1 平面追逃模型

考虑弹-目追逃问题，动力学模型如下

$$\begin{cases} \dot{x}_m = V_m \cos \varphi_m \\ \dot{z}_m = V_m \sin \varphi_m \\ \dot{\varphi}_m = a_m / V_m \\ \dot{a}_m = (u_{m2} - a_m) / \tau_m \end{cases} \quad (1)$$

同样，目标的动力学模型为

$$\begin{cases} \dot{x}_t = V_t \cos \varphi_t \\ \dot{z}_t = V_t \sin \varphi_t \\ \dot{\varphi}_t = a_t / V_t \\ \dot{a}_t = (u_{t2} - a_t) / \tau_t \end{cases} \quad (2)$$

式中， x_m 、 z_m 和 x_t 、 z_t 分别为导弹与目标在惯性系的 x 、 z 轴上的坐标； V_m 和 V_t 分别为导弹与目标的速度； φ_m 和 φ_t 为导弹与目标的飞行路径角； a_m 和 a_t 为导弹与目标垂直于速度的加速度； τ_m 和 τ_t 为导弹与目标的 1 阶动态响应时间； u_{m2} 和 u_{t2} 为导弹与目标垂直于速度的加速度指令。

结合图 1，获得导弹与目标的相对运动方程

$$\dot{R} = V_t \cos(\theta - \varphi_t) - V_m \cos(\theta - \varphi_m) \quad (3)$$

$$\dot{\theta} = (-V_t \sin(\theta - \varphi_t) + V_m \sin(\theta - \varphi_m)) / R \quad (4)$$

式中， R 和 \dot{R} 分别为导弹与目标的相对距离与相对速率， θ 和 $\dot{\theta}$ 分别为视线角与视线角速率。

本文基于零化视线角速率的方法进行制导律设计，对公式 (4) 进行求导得到

$$\dot{\theta} = -\frac{2\dot{R}}{R}\dot{\theta} - \frac{1}{R}u_m + \frac{1}{R}u_t \quad (5)$$

式中， u_m 和 u_t 分别为导弹与目标垂直于视线方向的加速度指令。

针对导弹博弈制导问题，由于影响末端制导效果的只有 $\dot{\theta}$ 的值，以 $\dot{\theta}$ 为 x ，设计出以下微分对策问题

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + b(x)u_m + c(x)u_t \\ \mathbf{J} = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{\infty} (x^T q(x)x + u_m^T r_1(x)u_m - \gamma^2 u_t^T r_2(x)u_t) dt \end{cases} \quad (6)$$

式中， γ 为目标相对于导弹可以获得的机动大小，其值越大在支付函数中对于目标的机动惩罚越

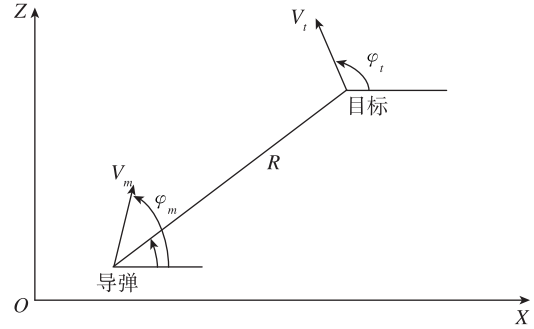


图 1 导弹和目标碰撞几何图形

Fig. 1 Missile-target engagement configuration

大，代表目标相对于导弹所能获得的机动越小，其取值取决于目标相对于导弹的机动能力强弱； $q(x)$ 为关于视线角速率的权重系数； $r_1(x)$ 和 $r_2(x)$ 为导弹与目标机动指令的权重系数。

针对上述微分对策问题，拦截方努力地使得支付函数 J 的值减小，而目标则努力增大 J 的值。而微分对策问题的目的是求出鞍点解 (u_m^*, u_t^*) ，鞍点解满足下面的条件

$$J(u_m^*, u_t) \leq J(u_m^*, u_t^*) \leq J(u_m, u_t^*) \quad (7)$$

当导弹采用鞍点值 u_m^* 进行机动时，目标只有采用鞍点值 u_t^* 进行机动才能最大程度增大支付函数的值。而目标采用在导弹博弈过程中鞍点值 u_t^* 进行机动，导弹只有用鞍点值 u_m^* 进行机动才能最大程度减小支付函数的值。在导弹博弈过程中，任意一方如果不采取鞍点解进行机动，都将使得另一方在博弈过程中受益。

2 SDRE-DG 微分对策制导律

针对式 (6) 所示的微分对策问题，传统方法需要求解哈密顿-雅可比-贝尔曼-伊萨克斯偏微分方程，但是该偏微分方程往往难以求解，可以使用状态依赖黎卡提方程对其进行求解。求解过程主要分为：状态依赖参数 SDC 与状态依赖黎卡提方程 SDRE 求解。

2.1 SDC 求解

针对式 (6) 所述的微分对策问题，需要对式 (8) 进行线性化，已知

$$\dot{x} = f(x) + b(x)u_m + c(x)u_t \quad (8)$$

如果 $f(0) = 0$ ，那么就可以将 $f(x)$ 转化为 $a(x)x$ ，获得

$$\dot{x} = a(x)x + b(x)u_m + c(x)u_t \quad (9)$$

式中， $a(x)$ 、 $b(x)$ 、 $c(x)$ 为需要实时计算的 SDC

$$a(x) = -\frac{2\dot{R}}{R} \quad (10)$$

$$b(x) = -\frac{1}{R} \quad (11)$$

$$c(x) = \frac{1}{R} \quad (12)$$

利用实时测量所得的测量值 R , \dot{R} 的值对公式 (10) ~ (12) 进行计算, 获得 SDC 值进行 SDRE 求解。

2.2 SDRE 方程

针对式 (6) 的微分对策问题, 利用哈密顿方法进行求解, 获得哈密顿方程

$$H = \frac{1}{2}x^T q(x)x + \frac{1}{2}u_m^T r_1(x)u_m - \frac{\gamma^2}{2}u_t^T r_2(x)u_t + \lambda^T(a(x)x + b(x)u_m + c(x)u_t) \quad (13)$$

式中, λ 为协变量。方程要获得最小值时需要满足

$$\begin{cases} \frac{\partial H}{\partial u_m^*} = 0 \\ \frac{\partial H}{\partial u_t^*} = 0 \\ \frac{\partial H}{\partial x} = -\dot{\lambda} \end{cases} \quad (14)$$

由式 (12) 得到鞍点解

$$\begin{cases} u_m^* = -r_1^{-1}(x)b^T(x)\lambda \\ u_t^* = \gamma^{-2}r_2^{-1}(x)c^T(x)\lambda \end{cases} \quad (15)$$

假设 $\lambda = p(x)x$, $p(x)$ 为协变量 λ 与 x 相关的系数, 对 λ 求导并结合公式 (12) 和 (13)

$$\begin{aligned} \dot{\lambda} &= \dot{p}(x)x + p(x)x \\ &= \dot{p}(x)x + p(x)(a(x)x - b(x)r_1^{-1}(x)b^T \cdot \\ &\quad (x)p(x)x + \gamma^{-2}c(x)r_2^{-1}(x)c^T(x)p(x)x) \\ &= -\frac{\partial H}{\partial x} = -q(x)x - a^T(x)p(x) \end{aligned} \quad (16)$$

基于无穷时间稳定, 使得 $\dot{p}(x) = 0$, 求解获得 SDRE 方程

$$\begin{aligned} a^T(x)p(x) + p(x)a(x) - p(x)(b(x)r_1^{-1}(x)b^T \cdot \\ (x) - \gamma^{-2}c(x)r_2^{-1}(x)c^T(x))p(x) + q(x) = 0 \end{aligned} \quad (17)$$

2.3 SDRE-DG 微分对策制导律设计

由于 x 为 1 阶, 并假设 $r_1(x) = 1$ 和 $r_2(x) = 1$, 那么式 (15) 所示的状态依赖黎卡提方程转为一元二次方程

$$(b^2(x) - \gamma^{-2}c^2(x))p^2(x) - 2a(x)p(x) - q(x) = 0 \quad (18)$$

可以直接进行一元二次方程求解

$$p(x) = \frac{a(x) + \sqrt{a^2(x) + (b^2(x) - \gamma^{-2}c^2(x))q(x)}}{b^2(x) - \gamma^{-2}c^2(x)} \quad (19)$$

获得 SDRE-DG 微分对策制导律

$$u_{\text{SDRE-DG}} = -\frac{a(x) + \sqrt{a^2(x) + (b^2(x) - \gamma^{-2}c^2(x))q(x)}}{b^2(x) - \gamma^{-2}c^2(x)}b(x)x \quad (20)$$

该制导律不需要进行剩余时间估计。

3 考虑目标非博弈机动的微分对策制导律

不同于 SDRE-DG 制导律, 该微分对策制导律在微分对策问题设计过程中考虑了目标存在非博弈机动, 将导弹与目标的控制量分为两部分

$$u_m = u_{mp} + u_{md} \quad (21)$$

$$u_t = u_{te} + u_{td} \quad (22)$$

式中, u_{mp} 为导弹的追捕机动, u_{te} 为目标的逃逸机动, 而 u_{md} 与 u_{td} 为导弹与目标进行的非博弈机动, 选择支付函数

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{\infty} (x^T q(x)x + u_{mp}^T r_1(x)u_{mp} - \gamma^2 u_{te}^T r_2(x)u_{te}) dt \quad (23)$$

式中, $q(x)$ 为关于视线角速率的权重系数, $r_1(x)$ 为关于导弹追捕机动指令的权重系数, $r_2(x)$ 为关于目标逃逸机动指令的权重系数, 而导弹与目标的非博弈机动由于其随机性, 在支付函数中并进行考虑。结合式 (5), (19), (20) 获得了考虑目标非博弈机动的微分对策问题

$$\begin{cases} \dot{x} = a(x)x + b(x)(u_{mp} + u_{md}) + c(x)(u_{te} + u_{td}) \\ J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{\infty} (x^T q(x)x + u_{mp}^T r_1(x)u_{mp} - \gamma^2 u_{te}^T r_2(x)u_{te}) dt \end{cases} \quad (24)$$

获得哈密顿函数

$$H = \frac{1}{2}(x^T q(x)x + u_{mp}^T r_1(x)u_{mp} - \gamma^2 u_{te}^T r_2(x)u_{te}) + \lambda^T(a(x)x + b(x)u_{mp} + b(x)u_{md} + c(x)u_{te} + c(x)u_{td}) \quad (25)$$

式中, λ 为协变量。方程要取得最小值需要满足式 (26)

$$\begin{cases} \frac{\partial H}{\partial u_{mp}} = 0 \\ \frac{\partial H}{\partial u_{te}} = 0 \\ \frac{\partial H}{\partial x} = -\dot{\lambda} \end{cases} \quad (26)$$

不同于 SDRE-DG 制导律，由于引入了非博弈机动，需要假设 $\lambda = p(x)x + \xi$ ，其中 $p(x)$ 为协变量 λ 与 x 相关的系数， ξ 为一个与状态空间同阶的向量得到了鞍点解

$$\begin{aligned} u_{mp}^* &= -r_1^{-1}(x)b^T(px + \xi) \\ u_{te}^* &= \gamma^{-2}r_2^{-1}(x)c^T(px + \xi) \end{aligned} \quad (27)$$

对协变量 λ 进行求导得

$$\begin{aligned} \dot{\lambda} &= \dot{p}x + p\dot{x} + \dot{\xi} \\ &= \dot{p}x + p(ax + bu_{mp} + bu_{md} + cu_{te} + cu_{td}) + \dot{\xi} \\ &= \dot{p}x + p(ax - br_1^{-1}b^T(px + \xi) + bu_{md} + \\ &\quad \gamma^{-2}cr_2^{-1}c^T(px + \xi) + cu_{td}) + \dot{\xi} \end{aligned} \quad (28)$$

同时由式 (26) 获得

$$\dot{\lambda} = -\frac{\partial H}{\partial x} = -qx - a^T px - a^T \xi \quad (29)$$

结合式 (28) 和 (29)，获得两个黎卡提方程

$$\begin{aligned} a^T p + a - p(br_1^{-1}b^T - \gamma^{-2}cr_2^{-1}c^T)p + q &= 0 \quad (30) \\ \xi(a^T - pbr_1^{-1}b^T + \gamma^{-2}pcr_2^{-1}c^T) + pbu_{md} + pcu_{td} &= 0 \quad (31) \end{aligned}$$

假设 $r_1 = 1$ 和 $r_2 = 1$ ，并求解得

$$p(x) = \frac{a + \sqrt{a^2 + (b^2 - \gamma^{-2}c^2)q}}{b^2 - \gamma^{-2}c^2} \quad (32)$$

$$\xi = -\frac{pbu_{td} + pcu_{td}}{a^T - pb^2 + \gamma^{-2}pc^2} \quad (33)$$

假设目标进行的机动全部是非博弈机动，即 $u_t = u_{td} = a_t$ ，获得考虑非博弈机动的微分对策制导律

$$\begin{aligned} u &= -b(px + \xi) \\ &= -b\left(px - \frac{pca_t}{a^T - pb^2 + \gamma^{-2}pc^2}\right) \end{aligned} \quad (34)$$

将式 (10) ~ (12) 以及式 (32) 代入得

$$\begin{aligned} u &= \frac{-2\dot{R} + \sqrt{4\dot{R}^2 + (1 - \gamma^{-2})q}}{1 - \gamma^{-2}}x + \\ &\quad \frac{-2\dot{R} + \sqrt{4\dot{R}^2 + (1 - \gamma^{-2})q}}{(1 - \gamma^{-2})\sqrt{4\dot{R}^2 + (1 - \gamma^{-2})q}}a_t \end{aligned} \quad (35)$$

该制导律包含了对目标加速度进行补偿的扩展项，相较于 SDRE-DG 制导律可以更为有效地应对机动目标。

4 考虑目标加速度方向观测的微分对策制导律

在实际制导过程中，目标的加速度往往难以获得，本文考虑导弹在制导过程中只能获得延迟的目标加速度信息 $a_t(t - \Delta t)$ 。同时导弹可以获得实时的目标加速度方向信息 $\text{sgn}(a_t(t))$ 。结合 Oshman 等^[8]提出的方法，利用目标加速度方向信息 $\text{sgn}(a_t(t))$ 补偿延迟目标加速度信息 $a_t(t - \Delta t)$ 。

已知目标在 Δt 时刻前的具有延迟的加速度 $a_t(t - \Delta t)$ ，目标的最大加速度 a_t^{\max} ，以目标的最大加速度为输入，结合式 (2) 可以获得利用动态响应公式估计得到的目标加速度可达域的上下界

$$a_t(t)_{d\min} = a_t(t - \Delta t)e^{-\Delta t/\tau_t} - a_t^{\max}(1 - e^{-\Delta t/\tau_t}) \quad (36)$$

$$a_t(t)_{d\max} = a_t(t - \Delta t)e^{-\Delta t/\tau_t} + a_t^{\max}(1 - e^{-\Delta t/\tau_t}) \quad (37)$$

如果没有其他信息进行进一步补偿，则可以利用预测的目标加速度可达域的中心代替目标加速度信息。而利用目标加速度方向的方法则是基于实时的目标加速度方向这个可以得到的低延迟信息，进一步将目标加速度信息可达域缩小，目标加速度可达域的上界或者下界变为 0，并利用缩小后的目标加速度可达域中心值当作目标加速度值。相较于未进行补偿的延迟目标加速度估计，得到的目标加速度值更加接近实际值。

当 $\text{sgn}(a_t(t)_{d\min}) = \text{sgn}(a_t(t)_{d\max})$ 时

$$a_t(t)_{\text{center}} = a_t(t - \Delta t)e^{-\Delta t/\tau_t} \quad (38)$$

当 $\text{sgn}(a_t(t)_{d\min}) \neq \text{sgn}(a_t(t)_{d\max})$ 时

$$\begin{aligned} a_t(t)_{\text{center}} &= \\ &= \frac{1}{2}a_t(t - \Delta t)e^{-\Delta t/\tau_t} + \frac{1}{2}\text{sgn}(a_t(t))a_t^{\max}(1 - e^{-\Delta t/\tau_t}) \end{aligned} \quad (39)$$

式中， $\text{sgn}(\cdot)$ 为符号函数。

随后利用补偿后获得的目标加速度可达域中心值 $a_t(t)_{\text{center}}$ 代替式 (34) 中的 a_t ，可以得到考虑目标加速度方向观测的微分对策制导律

$$\begin{aligned} u &= \frac{-2\dot{R} + \sqrt{4\dot{R}^2 + (1 - \gamma^{-2})q}}{1 - \gamma^{-2}}x + \\ &\quad \frac{-2\dot{R} + \sqrt{4\dot{R}^2 + (1 - \gamma^{-2})q}}{(1 - \gamma^{-2})\sqrt{4\dot{R}^2 + (1 - \gamma^{-2})q}}a_t(t)_{\text{center}} \end{aligned} \quad (40)$$

相较于第3节中考虑非博弈机动的制导律,新的考虑加速度方向观测的制导律不需要实时的目标加速度信息,可以更为有效地应对延迟目标加速度信息条件下的机动目标拦截问题。

5 仿真研究

下面将在目标进行常值机动和目标进行蛇形机动的情况下,分别对制导律的制导效果进行仿真研究。为了方便表达,将第4节中考虑目标加速度方向观测的制导律命名为SDRE-ODG,并与SDRE-DG制导律进行仿真对比研究

仿真过程中,利用式(1)~(2)建立导弹与目标的运动学空间。利用式(8)~(10)在每一个决策阶段计算得到状态依赖参数 $a(x)$, $b(x)$, $c(x)$,并利用状态依赖参数并结合式(18)和(39)计算得到SDRE-DG制导律与SDRE-ODG制导律的制导量。将制导量代入到运动学中,实现导弹的拦截运动仿真。通过两种制导律进行对比,以便于进一步论证新制导律的制导效果。

5.1 目标进行常值机动

下面将针对目标进行常值机动的情况进行仿真,研究目标进行常值机动时的初始参数如表1所示,即 $\gamma=7.5$, $r_1=1$, $r_2=1$, $q(x)=1$,目标最大机动能力 $a_t^{\max}=50\text{ m/s}^2$,目标加速度观测延迟时间为 $\Delta t=0.2\text{ s}$,同时目标的机动指令值大小为 50 m/s^2 ,获得如表1所示的仿真结果。

表1 目标进行常值机动时初始参数

Tab.1 Initial parameters under the conditions that target conducts constant maneuvers

	$x(0)/\text{m}$	$z(0)/\text{m}$	$\alpha(0)/(^{\circ})$	$V(0)/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$
导弹	0	0	0	2 500
目标	50 000	20 000	180	1 500

由视线角速率对比图2可以看出,在目标进行常值机动的情况下,SDRE-ODG制导律相较于SDRE-DG制导律视线角速率收敛效果更好。SDRE-ODG制导律由于包含了对目标加速度的补偿项,在初期可以更为有效地利用导弹的机动能力。由加速度指令对比图3可以看出,早期SDRE-ODG制导律的控制量大于SDRE-DG制导律,在后期则较小。相应的SDRE-ODG制导律在未制导前期收敛快于SDRE-DG制导律,而在后期

则收敛速度较慢并趋于0。而从轨迹对比图4可以看出,SDRE-ODG制导律制导下,导弹的轨迹更为平直,结合式(18)和(33)可以看出,这主要是由于SDRE-ODG制导律相较于SDRE-DG制导律多出了补偿目标机动的扩展项。在上述仿真条件下,前期SDRE-ODG制导律的值大于SDRE-DG,而后期则相反。这样SDRE-ODG制导律轨迹在前期转向较快,总体上轨迹较为平直。

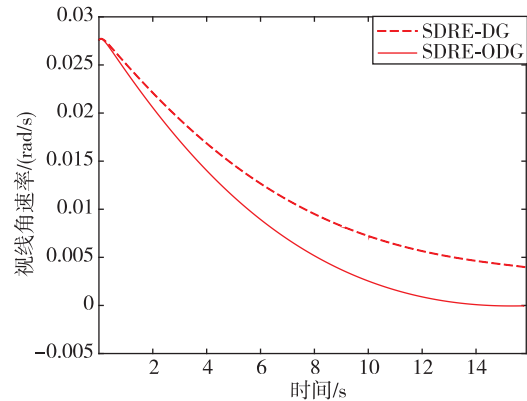


图2 目标进行常值机动时视线角速率

Fig.2 Line of sight rate when target conducts constant maneuvers

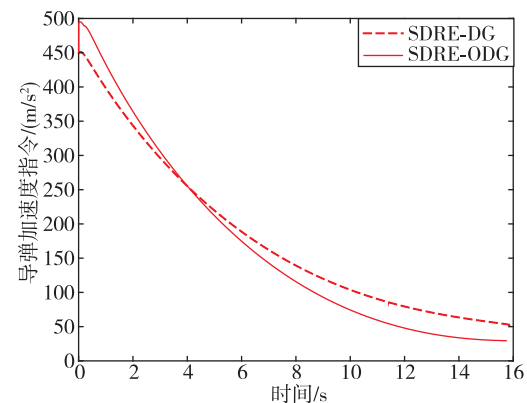


图3 目标进行常值机动时导弹加速度指令

Fig.3 Missile's acceleration command when target conducts constant maneuvers

从脱靶量对比表2来看,SDRE-ODG制导律的脱靶量值为0.23 m,而SDRE-DG制导律的脱靶量值为1.36 m,主要是由于SDRE-DG制导律在视线角速率的收敛上,对于目标机动的补偿效果弱于SDRE-ODG制导律。可以看出,SDRE-ODG制导律在延迟信息条件下,应对进行常值机动的目标时的拦截效果较好。

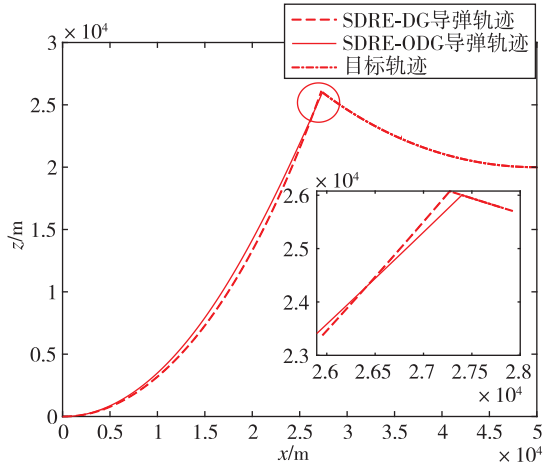


图 4 目标进行常值机动时轨迹
Fig. 4 Trajectory when target conducts constant maneuvers

表 2 目标进行常值机动时脱靶量对比
Tab. 2 Comparison of miss distance when target conducts constant maneuvers

制导律	脱靶量/m
SDRE-DG	1.36
SDRE-ODG	0.23

5.2 目标进行阶跃机动

下面将针对目标进行阶跃机动的情况进行仿真，研究目标进行阶跃机动时的初始参数如表 3 所示。目标在 4 s 时开始进行加速度值为 50 m/s 的阶跃机动， $\gamma=7.5$ ， $r_1=1$ ， $r_2=1$ ， $q(x)=1$ ，目标最大机动能力 $a_t^{\max}=50 \text{ m/s}^2$ ，目标加速度观测延迟时间 $\Delta t=0.2 \text{ s}$ ，获得如表 3 所示的仿真结果。

表 3 目标进行阶跃机动时初始参数
Tab. 3 Initial parameters under the conditions that target conducts step maneuvers

	$x(0)/\text{m}$	$z(0)/\text{m}$	$\alpha(0)/(^{\circ})$	$V(0)/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$
导弹	0	0	0	2 500
目标	20 000	10 000	180	1 500

由视线角速率对比图 5 可以看出，在制导初期的两个制导律的视线角速率收敛相同，这主要是由于在拦截初期的目标加速度为 0，导致 SDRE-ODG 制导律相较于 SDRE-DG 制导律在补偿目标机动的方面没有区别，使得两个制导律的收敛效果相同。而在 4 s 左右目标开始机动，使得两者在收敛性方面开始出现差异。同 5.1 节仿真一样，SDRE-ODG 制导律在对于目标的机动具有补偿作

用，其在目标机动时可以更好地实现视线角速率的收敛，最终导致在 4 s 后两者在视线角速率的收敛性的差异。而从机动指令对比图 6 可以看出，在 4 s 左右时 SDRE-ODG 制导律的机动指令大于 SDRE-DG 制导律，而后则小于 SDRE-DG 制导律，这进一步说明 SDRE-ODG 制导律对于目标机动的补偿效果，可以更为有效地利用导弹机动能力。而从导弹的轨迹图 7 可以看出，制导初期两种制导律的轨迹完全一样，而后期的 RE-ODG 制导律的轨迹更加平直，进一步证明 SDRE-ODG 制导律在拦截机动目标方面效果更好。

从脱靶量对比表 4 来看，SDRE-ODG 制导律的脱靶量值为 0.48 m，而 SDRE-DG 制导律的脱靶量为 1.46 m，主要是由于 SDRE-DG 制导律在视线角速率的收敛上，对于目标机动的补偿效果弱于 SDRE-ODG 制导律。可以看出，SDRE-ODG 制导律在延迟信息条件下，应对进行阶跃机动目标的拦截效果较好。

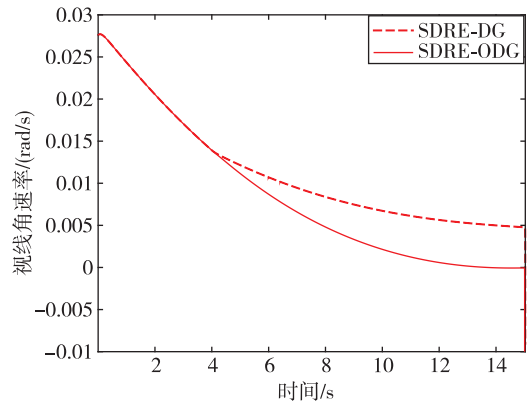


图 5 目标进行阶跃机动时视线角速率
Fig. 5 Line of sight rate when target conducts step maneuvers

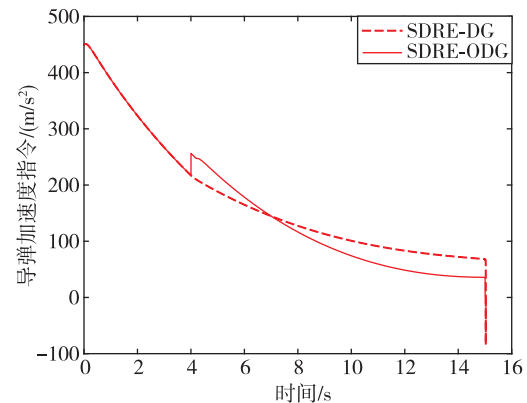


图 6 目标进行阶跃机动时导弹加速度指令
Fig. 6 Missile's acceleration command when target conducts step maneuvers

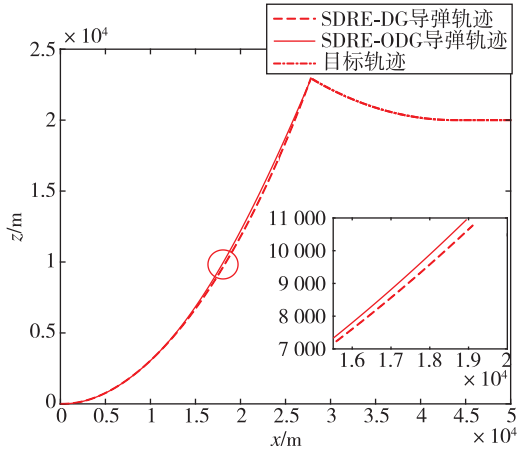


图7 目标进行阶跃机动时轨迹

Fig. 7 Trajectory when target conducts step maneuvers

表4 目标进行阶跃机动时脱靶量对比

Tab. 4 Comparison of miss distance when target conducts step maneuvers

制导律	脱靶量/m
SDRE-DG	1.46
SDRE-ODG	0.48

5.3 目标进行蛇形机动

下面对目标进行蛇形机动的情况进行仿真, 研究目标进行蛇形机动时的初始参数如表5所示。同时目标进行峰值为100的蛇形机动, $\gamma = 7.5$, $r_1 = 1$, $r_2 = 1$, $q(x) = 1$, 目标最大机动能力 $a_t^{max} = 100 \text{ m/s}^2$, 目标加速度观测延迟时间 $\Delta t = 0.2 \text{ s}$, 获得如表5所示的仿真结果。

表5 目标进行蛇形机动时初始参数

Tab. 5 Initial parameters under the conditions that target conducts serpentine maneuvers

	$x(0)/\text{m}$	$z(0)/\text{m}$	$\alpha(0)/(\text{°})$	$V(0)/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$
导弹	0	0	0	2 500
目标	20 000	10 000	180	1 500

由视线角速率对比图8可以看出, 在应对进行蛇形机动的目标时, SDRE-ODG制导律相较于SDRE-DG制导律可以对目标机动作出补偿, 其在视线角速率收敛方面较好, 可以实现最后收敛至0值附近, 而SDRE-DG制导律在目标变机动值后视线角速率离开0值附近。而从机动指令对比图9可以看出, SDRE-ODG制导律的控制量在SDRE-DG制导律的周围波动。其中第一次变动是SDRE-ODG制导律在目标机动的每个阶段可以有效利用

导弹机动, 视线角速率收敛较快, 此后不再需要高机动值, 导致SDRE-ODG制导律的机动值比SDRE-DG制导律小。随后由于目标变机动, SDRE-ODG制导律的机动值发生较大变化, 从视线角速率变化可以看出, SDRE-DG制导律对于目标变机动反应较小。而SDRE-ODG对于目标变机动反应较大, 其在3.7s时视线角速率变化没有SDRE-DG大, 并很快再次趋向收敛。从拦截轨迹对比图10可以看出, SDRE-ODG制导律的轨迹更加平直。

从脱靶量对比表6看出, SDRE-ODG制导律的脱靶量为0.65m, 而SDRE-DG制导律的脱靶量为1.47m, 这和视线角速率收敛性的结果相符。SDRE-DG制导律由于在目标变机动后视线角速率发生突变, 在末期未完全收敛至0, 而SDRE-ODG制导律的收敛效果较好, 最终SDRE-ODG在脱靶量上较小, 拦截效果较好。

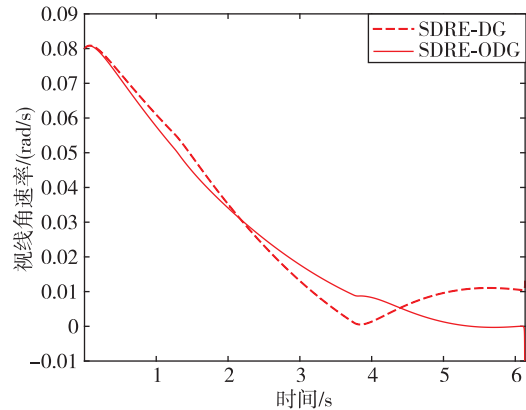


图8 目标进行蛇形机动时视线角速率

Fig. 8 Line of sight rate when target conducts serpentine maneuvers

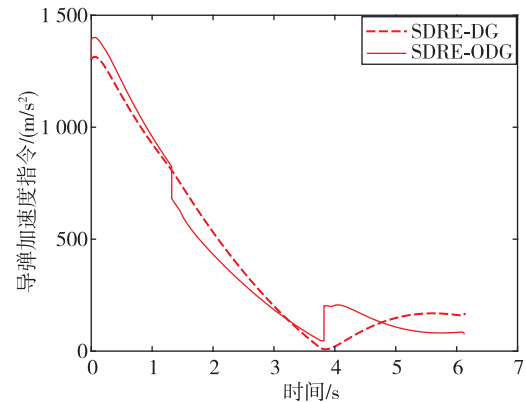


图9 目标进行蛇形机动时导弹加速度指令

Fig. 9 Missile's acceleration command when target conducts serpentine maneuvers

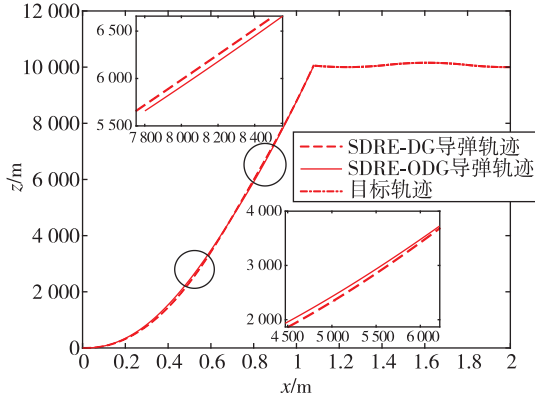


图 10 目标进行蛇形机动时轨迹

Fig. 10 Trajectory when target conducts serpentine maneuvers

表 6 目标进行蛇形机动时脱靶量对比

Tab. 6 Comparison of miss distance when target conducts serpentine maneuvers

制导律	脱靶量/m
SDRE-DG	1.47
SDRE-ODG	0.65

综上所述, SDRE-ODG 制导律包含了对目标机动的补偿项, 制导律可以更为有效地利用导弹的机动能力, 在延迟条件下有效地实现视线角速率收敛, 可以更为有效地实现对机动目标的拦截。

6 结论

本文研究了导弹微分博弈制导问题, 在设计微分对策问题的过程中, 引入目标的非博弈机动并进行微分对策问题求解。随后在延迟信息条件下, 利用目标加速度方向观测的方法, 对延迟的目标加速度进行补偿, 得到预测的目标加速度并代入到制导律中, 最终得到考虑目标加速度方向观测的微分对策制导律。

本文提出的考虑目标加速度方向观测的制导律在延迟信息条件下, 相较于传统微分博弈制导律可以更为有效地实现对机动目标的拦截。从仿真结果表明, 本文提出的制导方法使得视线角速率可以更快地收敛, 同时对于机动目标可以更为有效地进行拦截, 降低脱靶量, 提高了制导精度。

参考文献

- [1] Isaacs R. Differential games: a mathematical theory with applications to warfare and pursuit, control and optimization [M]. New York: Dover Publications, INC., 1966.
- [2] Gutman S. On optional guidance for homing missiles [J]. Journal of Guidance Control and Dynamics, 2012, 2(4): 296-300.
- [3] Shinar J. Solution techniques for realistic pursuit-evasion games [R]. Department of Aeronautical Engineering, DTIC Document, 1980.
- [4] Shinar J, Shima T. Robust missile guidance law against highly maneuvering Targets [M]. Haifa, Israel: Technion-II T, Faculty of Aerospace Engineering, 1999: 157-169.
- [5] Shinar J, Shima T. Nonorthodox guidance law development approach for intercepting maneuvering targets [J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 2002, 25(4): 658-666.
- [6] Glizer V Y, Turetsky V. A linear differential game with bounded controls and two information delays [J]. Optimal Control Applications and Methods, 2009, 30(2): 135-161.
- [7] Glizer V Y, Turetsky V, Shinar J. Differential game with linear dynamics and multiple information delays [C]. ICS09: Proceedings of the 13th WSEAS international conference on Systems, 2009: 179-184.
- [8] Oshman Y, Rad D A. Differential-game-based guidance law using target orientation observations [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2006, 42(1): 316-326.
- [9] Bardhan R. An SDRE based differential game approach for maneuvering target interception [C]. AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, 2013.
- [10] Bardhan R, Ghose D. Nonlinear differential games-based impact-angle-constrained guidance law [J]. Journal of Guidance Control and Dynamics, 2015, 38(3): 1-19.
- [11] Cloutier J R. State-dependent Riccati equation techniques: an overview [C]. American Control Conference, IEEE, 1997.
- [12] Tayfun Çimen. State-Dependent Riccati Equation (SDRE) control: a survey [C]. Proceedings of the 17th World Congress the International Federation of Automatic Control, Seoul, Korea, 2008.

- [13] 孙平,刘昆.SDRE方法及其在导弹自动驾驶仪设计中的应用[J].导弹与航天运载技术,2010(4):45-49.
- [14] Menon P K, Lam T, Crawford L S, et al. Real-time computational methods for SDRE nonlinear control of missiles[C]. American Control Conference, IEEE, 2002.
- [15] Farhan A F. Differential game theory with applications to missiles and autonomous systems Guidance[M]. John Wiley & Sons, Ltd.,2017.

引用格式: 许佳骆, 胥彪, 冯建鑫, 等. 基于目标加速度方向观测的微分对策制导律[J]. 宇航总体技术, 2021, 5(1): 27-36.

Citation: Xu J L, Xu B, Feng J X, et al. Differential games guidance law with observation of target's acceleration orientation [J]. Astronautical Systems Engineering Technology, 2021, 5(1): 27-36.