

三体追逃攻防博弈分析与新型拦截制导律研究

丁一波¹, 毛伟², 王小刚¹, 崔乃刚¹

(1. 哈尔滨工业大学航天学院, 哈尔滨 150001;
2. 试验物理与计算数学国家重点实验室, 北京 100076)

摘要: 研究分析了拦截弹、防卫弹和进攻弹的三体攻防博弈对抗问题。进攻弹相对拦截弹实施最优躲避, 拦截弹相对进攻弹实施最优追踪, 防卫弹相对于拦截弹实施最优追踪。针对不同作战场景, 研究分析了拦截弹赢得三体攻防博弈的特定条件与区域。在特定场景下, 拦截弹在命中进攻弹之前会被防卫弹拦截, 无法仅通过应用最优追踪制导律完成攻防博弈任务。针对此场景, 提出一种新型制导律, 在拦截弹与防卫弹作战时间内, 拦截弹相对于防卫弹执行躲避机动, 同时保证相对于进攻弹的零控脱靶量最小。在对抗完成之后, 拦截弹相对于进攻弹实施最优追踪制导, 赢得三体攻防博弈。最后, 多组仿真验证了本文分析得到的条件与结论, 以及新型制导律的有效性。

关键词: 三体追逃; 攻防博弈对抗; 最优制导; 拦截获胜条件分析; 新型拦截制导律

中图分类号: V421

文献标志码: A

文章编号: 2096-4080 (2018) 06-0010-09

Analysis for Pursuit and Evasion Conflict of Three Players and Research of Novel Intercepting Guidance Law

DING Yibo¹, MAO Wei², WANG Xiaogang¹, CUI Naigang¹

(1. School of Astronautics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China;
2. National Key Laboratory of Science and Technology on Test Physics&Numerical Mathematics, Beijing 100076, China)

Abstract: An attack and defense game of three players, including an interceptor, a defender, and an attacker is studied in this paper. Attacker performs optimal evasion maneuver with respect to interceptor and interceptor performs optimal pursuit maneuver with respect to attacker, while defender performs optimal pursuit maneuver relative to interceptor. Considering different engagement scenarios, conditions and regions for interceptor to win the conflict of three players are analyzed. In a specific engagement scenario, interceptor will be intercepted by defender before hitting attacker, which causes that interceptor cannot finish mission just using optimal pursuit maneuver with respect to attacker. In view of this scenario, a novel guidance law is proposed in this paper. Using the novel guidance law, interceptor first performs evasion maneuver relative to defender. Meanwhile, the zero-effort-miss distance between attacker and interceptor are guaranteed to be smallest. After the conflict between interceptor and defender, interceptor performs optimal pursuit maneuver with respect to attacker so as to win the pursuit and evasion conflict of three players. Finally, multiple sets of simulation are performed to verify the effectiveness of

收稿日期: 2018-08-20; **修订日期:** 2018-10-16

作者简介: 丁一波 (1993-), 男, 博士, 主要研究方向为飞行器先进制导律与控制律设计。

E-mail: 1111820133@hit.edu.cn

conditions, conclusions and novel guidance law acquired in this paper.

Key words: Pursuit and evasion conflict of three players; Attack and defense game; Optimal guidance; Interception winning condition analysis; Novel interception guidance law

0 引言

为了应对日趋完善的导弹防御系统，进攻弹头在发射的同时会伴随一枚防卫弹头，对来袭拦截弹进行主动拦截，掩护弹头突防。这对导弹拦截提出了巨大挑战。因此，近年来，设计三体飞行器的追踪-逃逸场景备受关注，为了应对这种场景，为拦截弹设计一种可行的新型制导律迫在眉睫。三体攻防博弈场景主要涉及 3 个对象飞行器：进攻弹、防卫弹和拦截弹，如图 1 所示。

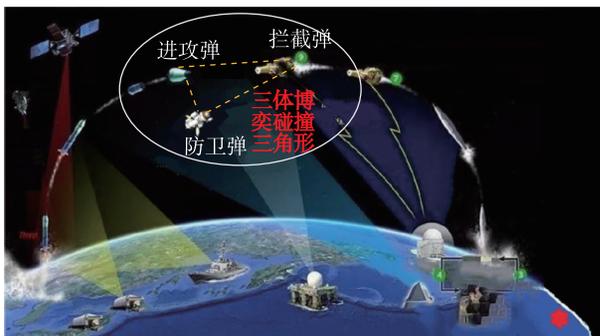


图 1 三体攻防博弈作战场景示意图

Fig. 1 Engagement scenario of conflict for three players

李博文^[1]以一对一拦截制导问题为背景，将博弈末制导问题转化为博弈论中的二人竞争博弈模型。Horie 等^[2]利用数值方法和带有非线性规划的半主动分配方法求解一对一追逃博弈问题。孙传鹏^[3]利用模型预测控制的思想，求解一对一拦截问题动态博弈模型的均衡解。Talebi 等^[4]研究了多枚拦截弹与一枚进攻弹博弈对抗的作战场景，并分析了 3 种不同的拦截博弈策略：第 1 种考虑多枚拦截弹协同编队实施拦截；第 2 种考虑多枚拦截弹不合作单独拦截；第 3 种考虑多枚拦截弹各自独立作战，并且互相竞争拦截。韩冰^[5]、Sun 等^[6]考虑多弹协同问题，进攻弹与防卫弹相互协作与拦截弹实施博弈，辅助进攻弹突防，提升进攻弹生存能力。Qi 等^[7]通过全面分析三体攻防博弈中的多种作战情况与作战策略，划分拦截弹可拦截区域，并以此为依据，为进攻弹设计有效的突防制导律。Liu 等^[8]针对拦截弹提出一种基于模糊评估与纳什均衡的分布式在线任务规划算法。Sun 等^[9]

考虑了四体问题，即一枚进攻弹、一枚拦截弹与两枚防卫弹的攻防作战博弈问题。通过设计两枚防卫弹相互协作，高效辅助进攻弹实施突防。

本文以三体攻防博弈对抗为研究对象，针对不同的攻防对抗初始作战条件进行分析，并为拦截弹提出新型制导律，实现对防卫弹的躲避以及对进攻弹的成功拦截。

1 动力学模型构建

三体攻防博弈任务图如图 2 所示。在三体攻防博弈下，进攻弹 (T) 的作战任务是规避拦截弹；防卫弹 (D) 的任务是追击拦截弹，掩护进攻弹突防；拦截弹 (A) 的任务是躲避防卫弹，追踪进攻弹，成功实施拦截。作战平面如图 3 所示。

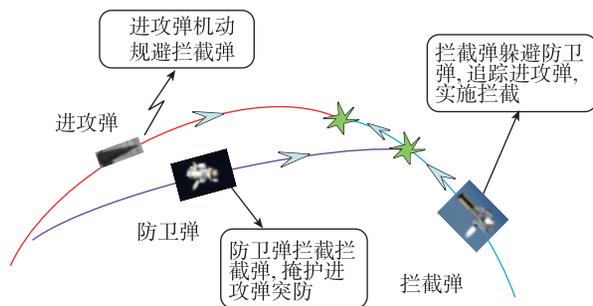


图 2 三体攻防博弈任务图

Fig. 2 Task of conflict for three players

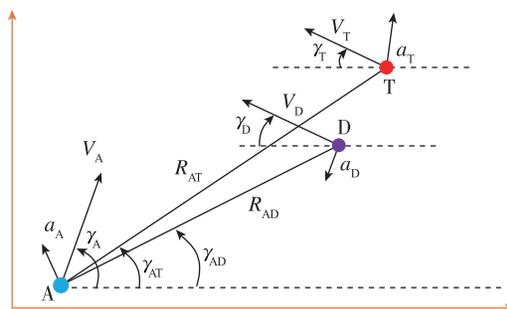


图 3 作战平面

Fig. 3 Engagement plane

其中， V_A 、 V_D 和 V_T 分别为拦截弹、防卫弹和进攻弹的速度。 γ_A 、 γ_D 和 γ_T 分别为拦截弹、防卫弹和进攻弹的飞行路径角。 λ_{AT} 为 AT 之间视线

角, λ_{AD} 为 AD 之间视线角。 R_{AT} 为 AT 之间相对距离, R_{AD} 为 AD 之间相对距离。 a_A 、 a_T 和 a_D 分别为拦截弹、进攻弹和防卫弹的机动加速度。

动力学方程如下:

$$\dot{R}_{AT} = V_A \cos(\gamma_A - \lambda_{AT}) + V_T \cos(\gamma_T + \lambda_{AT}) \quad (1)$$

$$\dot{R}_{AD} = V_A \cos(\gamma_A - \lambda_{AD}) + V_D \cos(\gamma_D + \lambda_{AD}) \quad (2)$$

$$\dot{\lambda}_{AT} = \frac{V_T \sin(\gamma_T + \lambda_{AT}) - V_A \sin(\gamma_A - \lambda_{AT})}{R_{AT}} \quad (3)$$

$$\dot{\lambda}_{AD} = \frac{V_D \sin(\gamma_D + \lambda_{AD}) - V_A \sin(\gamma_A - \lambda_{AD})}{R_{AD}} \quad (4)$$

将碰撞三角形附近的飞行运动在 LOS_0 周围线性化, 下标 0 表示初始状态。 A 与 T 之间垂直于 LOS_{AT_0} 的位移表示为 y_{AT} , A 与 D 之间垂直于 LOS_{AD_0} 的位移表示为 y_{AD} 。

定义 A 垂直于视线 AT 的加速度为 u_A , T 垂直于视线 AT 的加速度为 u_T , D 垂直于视线 AD 的加速度为 u_D 。 其满足如下条件

$$\begin{cases} u_A = a_A \cos(\gamma_{A_0} - \lambda_{AT_0}) \\ u_T = a_T \cos(\gamma_{A_0} + \lambda_{AT_0}) \\ u_D = a_D \cos(\gamma_{D_0} + \lambda_{AD_0}) \end{cases} \quad (5)$$

选择如下状态变量

$$\mathbf{x} = [y_{AT} \quad \dot{y}_{AT} \quad \mathbf{x}_T^T \quad y_{AD} \quad \dot{y}_{AD} \quad \mathbf{x}_D^T \quad \mathbf{x}_A^T]^T \quad (6)$$

状态方程给出如下^[10]:

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{cases} \dot{y}_{AT} = \mathbf{x}_2 \\ \ddots \\ \dot{y}_{AT} = u_T - u_A \\ \dot{\mathbf{x}}_T = 0 \\ \dot{y}_{AD} = \mathbf{x}_{nT+4} \\ \ddots \\ \dot{y}_{AD} = u_D - u_A \\ \dot{\mathbf{x}}_D = 0 \\ \dot{\mathbf{x}}_A = 0 \end{cases} \quad (7)$$

状态方程整合如下:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}[u_T \quad u_D]^T + \mathbf{C}u_A \quad (8)$$

其中,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

2 微分对策制导律

2.1 变量定义

定义 t_f^{AT} 与 t_f^{AD} 分别为 AT 与 AD 的作战时间:

$$t_f^{AT} = \frac{R_{AT_0}}{\dot{R}_{AT_0}} \quad t_f^{AD} = \frac{R_{AD_0}}{\dot{R}_{AD_0}} \quad (9)$$

式中, 下标 0 表示作战初始状态。 由于防卫弹的作战任务是掩护进攻弹, 所以要求 AD 之间作战时间必须小于 AT 作战时间。 即

$$t_f^{AT} > t_f^{AD} \quad (10)$$

定义零控脱靶量为导弹与目标在无控状态下, 在预测命中时刻相对于当前视线方向的侧向位移, 符号 $Z_{AT}(t)$ 与 $Z_{AD}(t)$ 分别表示 AT、AD 之间的零控脱靶量。

$$\begin{cases} Z_{AD}(t) = y_{AD} + \dot{y}_{AD}(t_f^{AD} - t) \\ Z_{AT}(t) = y_{AT} + \dot{y}_{AT}(t_f^{AT} - t) \end{cases} \quad (11)$$

其满足如下动力学方程:

$$\begin{cases} \dot{Z}_{AD}(t) = (t_f^{AD} - t)(-u_A + u_D) \\ \dot{Z}_{AT}(t) = (t_f^{AT} - t)(-u_A + u_T) \end{cases} \quad (12)$$

式中 Z_{AT} 与 y_{AT} 的正负符号定义如图 4 所示。

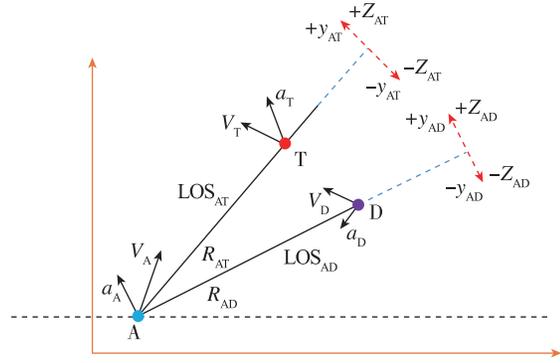


图 4 Z_{AT} 与 y_{AT} 的正负符号定义

Fig. 4 Definitions of signs for Z_{AT} and y_{AT}

2.2 最优制导律求解

选定如下性能指标:

$$\begin{aligned} J_{AT} &= \frac{1}{2} [Z_{AT}(t_f^{AT})]^2 \\ J_{AD} &= \frac{1}{2} [Z_{AD}(t_f^{AD})]^2 \end{aligned} \quad (13)$$

求解最优问题可以得到拦截弹与防卫弹之间作战的最优制导律如下^[11]:

$$\begin{cases} u_A^{OP} = -\text{sgn}(Z_{AD}(t)) u_A^{\max} \\ u_D^{OP} = -\text{sgn}(Z_{AD}(t)) u_D^{\max} \end{cases} \quad (14)$$

拦截弹与进攻弹之间作战的最优制导律如下：

$$\begin{cases} u_{A1}^{OP} = \text{sgn}(Z_{AT}(t)) u_A^{\max} \\ u_{T1}^{OP} = \text{sgn}(Z_{AT}(t)) u_T^{\max} \end{cases} \quad (15)$$

3 拦截弹新型制导律研究

3.1 AD 作战拦截弹最优机动躲避区域

对于实际拦截作战，拦截弹 (A) 的可用过载一般大于防卫弹 (D)，即 $u_A^{\max} > u_D^{\max}$ 。将式 (14) 代入式 (12) 可以得到 AD 作战的零控脱靶量动力学：

$$\dot{Z}_{AD}(t) = t_{go}^{AD} \text{sgn}[Z_{AD}(t)] (u_A^{\max} - u_D^{\max}) \quad (16)$$

其中 $t_{go}^{AD} = t_f^{AD} - t$ ，求解可得：

$$Z_{AD}(t) = Z_{AD}(t=0) +$$

$$\int_0^{t_f^{AD}} t_{go}^{AD} \text{sgn}[Z_{AD}(t)] (u_A^{\max} - u_D^{\max}) dt \quad (17)$$

假定防卫弹碰撞杀伤的有效距离为 d_D ，为了保证拦截弹成功躲避防卫弹，需要保证作战终止时刻的零控脱靶量大于 d_D 。因此，将 $Z_{AD}(t = t_f^{AD}) = d_D$ 和 $Z_{AD}(t = t_f^{AD}) = -d_D$ 代入式 (17)，可以得到拦截弹实施最优躲避时的有效躲避边界^[12]：

$$\begin{cases} Z_{AD}^{OP} = d_D - \frac{1}{2} (u_A^{\max} - u_D^{\max}) (t_{go}^{AD})^2 \\ -Z_{AD}^{OP} = -d_D + \frac{1}{2} (u_A^{\max} - u_D^{\max}) (t_{go}^{AD})^2 \end{cases} \quad (18)$$

假定在 AD 作战中，A 与 D 均应用式 (14) 的最优机动策略，则若 Z_{AD} 位于两条边界围成的区域内，拦截弹将会被防卫弹拦截；若 Z_{AD} 位于两条边界围成的区域外，拦截弹可以成功躲避防卫弹。

3.2 AT 作战拦截弹最优机动追踪区域

同样，实际拦截作战中，拦截弹 (A) 的可用过载一般大于进攻弹 (T)，即 $u_A^{\max} > u_T^{\max}$ 。将式 (15) 代入式 (12)，可以得到 AT 作战的零控脱靶量动力学：

$$\dot{Z}_{AT}(t) = t_{go}^{AT} \text{sgn}[Z_{AT}(t)] (-u_A^{\max} + u_T^{\max}) \quad (19)$$

其中 $t_{go}^{AT} = t_f^{AT} - t$ ，求解可得：

$$Z_{AT}(t) = Z_{AT}(t=0) +$$

$$\int_0^{t_f^{AT}} t_{go}^{AT} \text{sgn}[Z_{AT}(t_f^{AT})] (-u_A^{\max} + u_T^{\max}) dt \quad (20)$$

假定拦截弹碰撞杀伤的有效距离为 d_A ，为了保证拦截弹成功拦截进攻弹，需要保证作战终止时刻的零控脱靶量小于 d_A 。因此，将 $Z_{AT}(t = t_f^{AT}) = d_A$ 和 $Z_{AT}(t = t_f^{AT}) = -d_A$ 代入式 (20)，可

以得到拦截弹实施最优追踪时的有效追踪边界：

$$\begin{cases} Z_{AT}^{OP} = d_A - \frac{1}{2} (-u_A^{\max} + u_T^{\max}) (t_{go}^{AT})^2 \\ -Z_{AT}^{OP} = -d_A + \frac{1}{2} (-u_A^{\max} + u_T^{\max}) (t_{go}^{AT})^2 \end{cases} \quad (21)$$

假定在 AT 作战中，A 与 T 均应用式 (15) 的最优机动策略，则若 Z_{AT} 位于两条边界围成的区域内，拦截弹可以成功拦截进攻弹；若 Z_{AT} 位于两条边界围成的区域外，拦截弹无法拦截进攻弹。

求解可得对于拦截弹，实现成功拦截的初始最大允许脱靶量如下：

$$|Z_{AT}^{\max}(t=0)| = d_A - \frac{1}{2} (-u_A^{\max} + u_T^{\max}) (t_f^{AT})^2 \quad (22)$$

下面将三体攻防对抗作战场景划分为 2 种情况： $Z_{AT}(t=0)$ 与 $Z_{AD}(t=0)$ 的符号相反， $Z_{AT}(t=0)$ 与 $Z_{AD}(t=0)$ 的符号相同。其中第 2 种情况分为 3 种条件：1) $Z_{AD}(t=0)$ 属于较大正数；2) $Z_{AD}(t=0)$ 属于较小正数；3) $Z_{AD}(t=0)$ 不满足条件 1) 与条件 2)。 (本文仅讨论 $Z_{AD}(t=0)$ 为正数的情况，对于 $Z_{AD}(t=0)$ 为负数的情况，结论与正数情况下相对称，因此不再赘述。)

3.3 情况 1

第 1 种情况下， $Z_{AT}(t=0)$ 与 $Z_{AD}(t=0)$ 的符号相反，分析制导律式 (14) 与式 (15)，此种情况下，拦截弹实现最优躲避与最优追踪的控制方向相同。因此，拦截弹可以在对进攻弹执行最优追踪的同时，实现对于防卫弹的最优躲避。图 5 给出情况 1 下的零控脱靶量初始条件。

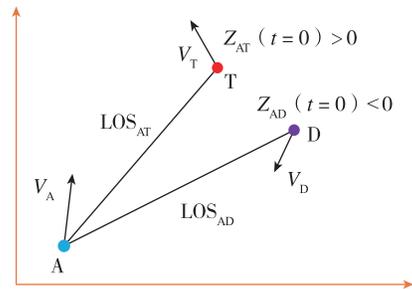


图 5 情况 1 下零控脱靶量初始条件
Fig. 5 Initial condition of ZEM
(Zero-effort-miss) for case 1

3.4 情况 2

第 2 种情况下， $Z_{AT}(t=0)$ 与 $Z_{AD}(t=0)$ 的符号相同，分析制导律式 (14) 与式 (15)，此种情

况下,拦截弹实现最优躲避与最优追踪的控制方向相反。因此,拦截弹相对于进攻弹执行最优追踪的同时,相对于防卫弹执行的则是最坏躲避。图6给出情况2下的零控脱靶量初始条件。

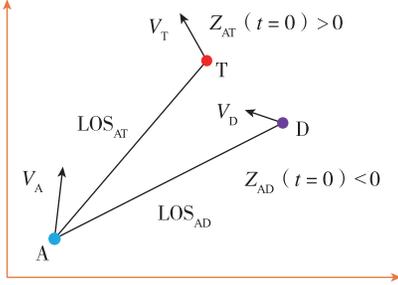


图6 情况2下零控脱靶量初始条件

Fig. 6 Initial condition of ZEM for case 2

本小节对这种情况下AD作战结果进行研究,分析拦截弹成功躲避防卫弹的所需条件。下面将所需条件分3类进行讨论。

(1) 条件1

在第1种条件下, $Z_{AD}(t=0)$ 属于较大正数。图7给出第1种条件下的零控脱靶量初始条件。

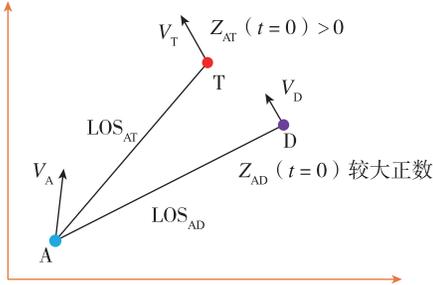


图7 条件1下零控脱靶量初始条件

Fig. 7 Initial condition of ZEM for condition 1

为了保证拦截弹在对进攻弹执行最优追踪时能够成功躲避防卫弹,需要保证 t_f^{AD} 时刻 Z_{AD} 大于 d_D , 将式(15)代入可得如下方程:

$$Z_{AD}(t = t_f^{AD}) = Z_{AD}(t = 0) + \int_0^{t_f^{AD}} t_{go}^{AD} \{-\text{sgn}[Z_{AT}(t)] u_A^{\max} - u_D^{\max}\} dt = d_D \quad (23)$$

求解可得:

$$Z_{AD}(t = 0) \geq d_D + \frac{(t_f^{AD})^2 \{\text{sgn}[Z_{AT}(t)] u_A^{\max} + u_D^{\max}\}}{2} \quad (24)$$

结合式(22)与式(24)可以得到保证拦截弹赢得三体攻防博弈的 $Z_{AD}(t=0)$ 与 $Z_{AT}(t=0)$ 初

始条件:

$$\begin{cases} Z_{AD}(t = 0) \geq d_D + \frac{(t_f^{AD})^2 \{\text{sgn}[Z_{AT}(t)] u_A^{\max} + u_D^{\max}\}}{2} \\ Z_{AT}(t = 0) \leq d_A - \frac{1}{2} (-u_A^{\max} + u_T^{\max}) (t_f^{AT})^2 \end{cases} \quad (25)$$

(2) 条件2

在第2种条件下, $Z_{AD}(t=0)$ 属于较小正数。图8给出第2种条件下的零控脱靶量初始条件。

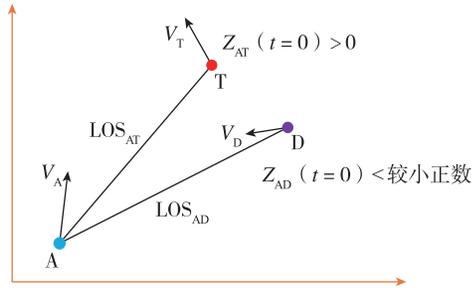


图8 条件2下零控脱靶量初始条件

Fig. 8 Initial condition of ZEM for condition 2

同样类比条件1,可得到如下方程:

$$Z_{AD}(t = 0) + \int_0^{t_f^{AD}} t_{go}^{AD} (-u_A^{\max} - u_D^{\max}) dt + \int_{t_f^{AT}}^{t_f^{AD}} t_{go}^{AD} \{-\text{sgn}[Z_{AT}(t)] u_A^{\max} + u_D^{\max}\} dt = -d_D \quad (26)$$

假定 $Z_{AT}(t_f^{AD}) \geq 0$, 求解式(26)得到:

$$Z_{AD}(t = 0) = \frac{u_A^{\max} + u_D^{\max}}{2} \left[(t_f^{AD})^2 - \frac{2d_D}{u_A^{\max} - u_D^{\max}} \right] \quad (27)$$

结合式(22)与式(27)可以得到保证拦截弹完成三体攻防博弈的 $Z_{AD}(t=0)$ 与 $Z_{AT}(t=0)$ 的初始条件:

$$\begin{cases} Z_{AD}(t = 0) \leq \frac{u_A^{\max} + u_D^{\max}}{2} \left[(t_f^{AD})^2 - \frac{2d_D}{(u_A^{\max} - u_D^{\max})} \right] \\ Z_{AT}(t = 0) \leq d_A - \frac{1}{2} (-u_A^{\max} + u_T^{\max}) (t_f^{AT})^2 \end{cases} \quad (28)$$

(3) 条件3

在第3种条件下, $Z_{AD}(t=0)$ 既不满足条件1也不满足条件2。在这种初始条件下,拦截弹仅仅针对进攻弹使用最优追踪制导律无法同时成功躲避防卫弹。因此需要为拦截弹设计新型制导律,保证其成功赢得三体攻防博弈。假定在AD作战时间内,拦截弹都使用相同的控制量 u_A , 则为了保

证拦截弹成功躲避防卫弹, 需要保证 $Z_{AD}(t_f^{AD}) \geq d_D$ 。将 u_A 代入式 (12) 并积分, 求解可以得到拦截弹能够成功躲避防卫弹所需的控制条件:

$$u_A \leq -u_D^{\max} + \frac{2Z_{AD}(t=0) - 2d_D}{(t_f^{AD})^2} \quad (29)$$

此时, 拦截弹相对于防卫弹执行最优躲避和相对于进攻弹执行最优追踪所需的控制量符号相反, 选定 $u_A = 2[Z_{AD}(t=0) - d_D]/(t_f^{AD})^2 - u_D^{\max}$ 作为 AD 作战时间内的拦截弹躲避机动加速度, 可以保证拦截弹在 $t = t_f^{AD}$ 时刻成功躲避防卫弹的同时, AT 之间零控脱靶量数值最小。这里分析 $Z_{AD}(t=0)$ 与 $Z_{AT}(t=0)$ 都非负的情况。在 AD 作战时刻后, 拦截弹依据式 (15) 以最优制导律追踪进攻弹。据此求解拦截弹能成功命中进攻弹的允许 $Z_{AT}(t=0)$ 值:

$$Z_{AT}(t=0) \leq d_A - \frac{(-u_A^{\max} + u_T^{\max})(t_f^{AT} - t_f^{AD})^2}{2} - \left[\frac{u_D^{\max} + u_T^{\max}}{2} - \frac{Z_{AD}(t=0) - d_D}{(t_f^{AD})^2} \right] \times [2t_f^{AT}t_f^{AD} - (t_f^{AD})^2] \quad (30)$$

在这种条件下, 若 $Z_{AT}(t=0)$ 满足式 (30), 则应用本文提出的新型制导律可以保证拦截弹在成功躲避防卫弹的同时命中进攻弹, 赢得三体攻防博弈对抗。

结合式 (15) 与式 (29) 可得最终的拦截弹制导律:

$$u_A = \begin{cases} \frac{2[Z_{AD}(t=0) - d_D]}{(t_f^{AD})^2} - u_D^{\max}, & t \leq t_f^{AD} \\ \text{sgn}(Z_{AT}(t)) u_A^{\max}, & t_f^{AD} \leq t \leq t_f^{AT} \end{cases} \quad (31)$$

其中:

1) 在特定的作战场景下 (防卫弹最大机动加速度 u_D^{\max} 、零控脱靶量 $Z_{AD}(t=0)$ 和 AD 作战剩余飞行时间 t_f^{AD} 确定的情况下), 新型拦截弹制导律可用的条件为:

$$u_A^{\max} \geq \frac{2[Z_{AD}(t=0) - d_D]}{(t_f^{AD})^2} - u_D^{\max} \quad (32)$$

2) 当拦截弹最大可用过载 u_A^{\max} 和剩余飞行时间 t_f^{AD} 确定的情况下, 初始零控脱靶量需要满足的条件为:

$$Z_{AD}(t=0) \leq \frac{(u_A^{\max} + u_D^{\max})(t_f^{AD})^2}{2} + d_D \quad (33)$$

4 仿真

本小节中, 应用实际攻防对抗场景验证所提出的制导律的有效性, 其中大气层外拦截器 (A) 拦截进攻弹头 (T), 小型智能拦截器 (D) 作为防卫弹攻击大气层外拦截器, 保护进攻弹头。防卫弹与拦截器的杀伤半径 d_D 与 d_A 分别设定为 2m 与 1m。

仿真作战场景如图 9 所示, 表 1~表 2 分别给出大气层外拦截器的性能参数与仿真初始参数。

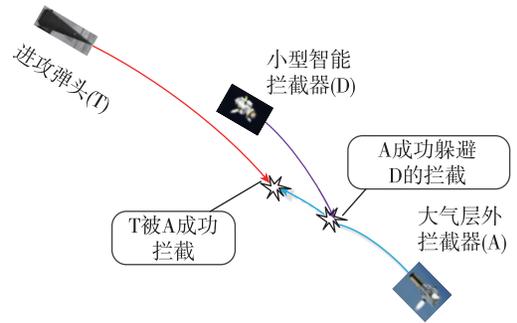


图 9 仿真作战场景

Fig. 9 Simulation scenario

表 1 大气层外拦截器性能参数

Tab. 1 Performance parameters of attacker

参数名称	参数数值
初始质量/kg	35
燃料质量/kg	10
轨控发动机推力/N	3400

表 2 初始参数

Tab. 2 Initial parameters

参数	初始位置/km
T	(-30.3, 84, 0)
A	(0, 0, 0)
D	(-21.9, 57.22, 0)

4.1 情况 1 仿真

表 3 给出情况 1 下的初始仿真参数。

表 3 情况 1 初始参数

Tab. 3 Initial parameters for case 1

参数	初始飞行路径角 $\gamma_i/(\circ)$	最大加速度 $\ u'_i\ _{\max}/(\text{m/s}^2)$
T	-74	10
A	115	98
D	-74	20

初始脱靶量值 $Z_{AT}(t=0)$ 和 $Z_{AD}(t=0)$ 分别为 -1526m 和 364.6m , 符号相反。拦截弹仅相对于进攻弹采用最优追踪制导律即可命中进攻弹同时躲避防卫弹。

图 10 给出的是 3 个飞行器的攻防博弈飞行轨迹。其中 AT 作战脱靶量为 0.044226m , AD 作战脱靶量为 1093.4345m 。仿真表明, 拦截弹可以成功躲避防卫弹并成功拦截进攻弹, 赢得三体攻防博弈。

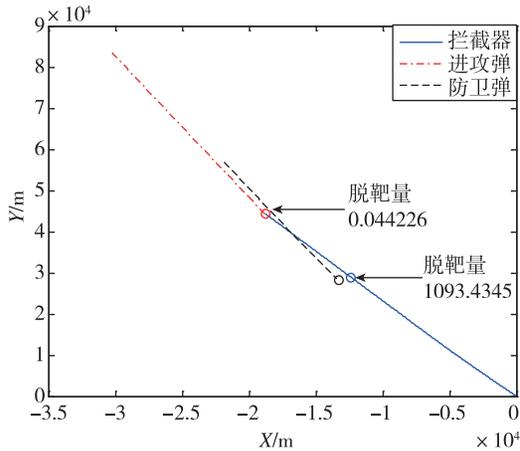


图 10 情况 1 的飞行轨迹
Fig. 10 Fight path of case 1

4.2 情况 2 仿真

$Z_{AT}(t=0)$ 和 $Z_{AD}(t=0)$ 符号相同。

(1) 条件 1

表 4 给出情况 2 条件 1 下的初始仿真参数。

表 4 例 1 初始参数

Tab. 4 Initial parameters for example 1

参数	初始飞行路径角 $\gamma_i / (^\circ)$	最大加速度 $\ u'_i\ _{\max} / (\text{m/s}^2)$
T	-74	10
A	115	98
D	-70	20

对应条件 1, $Z_{AD}(t=0)$ 属于较大正数。初始脱靶量值 $Z_{AT}(t=0)$ 和 $Z_{AD}(t=0)$ 分别为 -1526m 和 -1725m , 符号相同。

图 11 显示 AT 作战脱靶量为 0.044226m , AD 作战脱靶量为 498.2268m 。因此, 拦截弹可以成功躲避防卫弹并成功拦截进攻弹, 赢得三体攻防博弈。

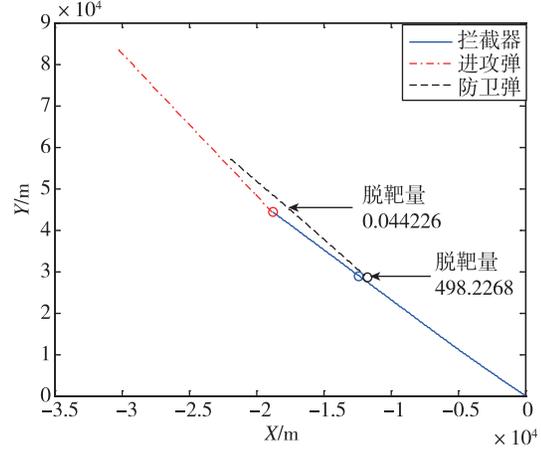


图 11 条件 1 的飞行轨迹
Fig. 11 Fight path of condition 1

(2) 条件 2

表 5 给出情况 2 条件 2 下的初始仿真参数。

表 5 例 2 初始参数

Tab. 5 Initial parameters for example 2

参数	T	A	D
初始飞行路径角 $\gamma_i / (^\circ)$	-74	115	-73
最大加速度 $\ u'_i\ _{\max} / (\text{m/s}^2)$	10	98	20

对应条件 2, $Z_{AD}(t=0)$ 属于较小正数。初始脱靶量值 $Z_{AT}(t=0)$ 和 $Z_{AD}(t=0)$ 分别为 -1526m 和 -157.6m , 符号相同。

图 12 显示 AT 作战脱靶量为 0.044226m , AD 作战脱靶量为 624.0914m 。因此, 拦截弹可以成功躲避防卫弹并成功拦截进攻弹, 赢得三体攻防博弈。

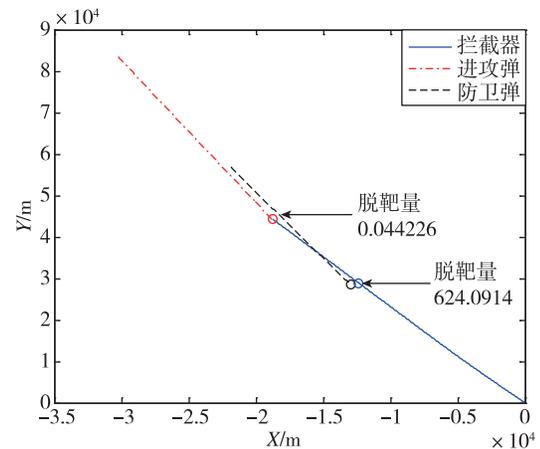


图 12 例 2 的飞行轨迹
Fig. 12 Fight path of condition 2

(3) 条件 3

表 6 给出了情况 2 条件 3 下的初始仿真参数。

表 6 例 3 初始参数

Tab. 6 Initial parameters for example 3

参数	T	A	D
初始飞行路径角 $\gamma_i / (^\circ)$	-74	115	-71.5
最大加速度 $\ u'_i\ ^{max} / (m/s^2)$	10	250	20
初始位置 $(X_0, Y_0) / km$	(-30, 84)	(0, 0)	(-30, 83.1)
初始速度 $V_i / (m/s)$	5367	6271.5	5991.7

对应条件 3, $Z_{AD}(t=0)$ 不满足条件 1 与条件 2。在这一条件下, 执行 2 组仿真。第 1 组仿真中, 拦截弹仅应用一对一最优制导律追踪进攻弹。第 2 组仿真中拦截弹使用本文提出的新型制导律。

图 13 给出的是第 1 组仿真结果。该组仿真情况下, AT 作战脱靶量为 0.016644m, 但 AD 作战脱靶量为 0.31179m。表明尽管拦截弹可以依据最优制导律成功拦截进攻弹, 但是却无法成功躲避防卫弹, 拦截弹博弈失败。

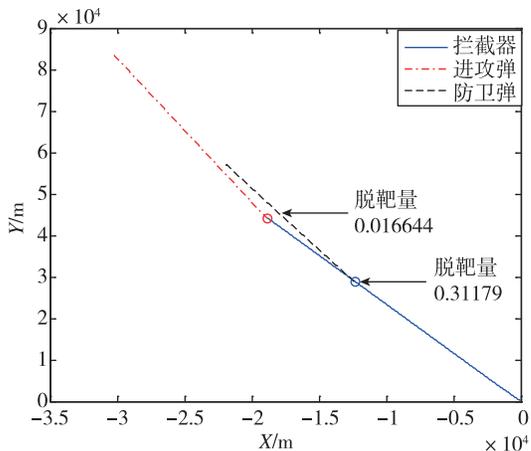


图 13 例 3 第 1 组仿真的飞行轨迹

Fig. 13 Fight path for the first simulation of example 3

图 14 给出的是应用本文制导律的第 2 组仿真结果。该组仿真情况下, AT 作战脱靶量为 0.22464m, AD 作战脱靶量为 327.0642m。表明应用本文制导律, 拦截弹可以成功躲避防卫弹, 然后精确命中进攻弹, 完成预定任务。

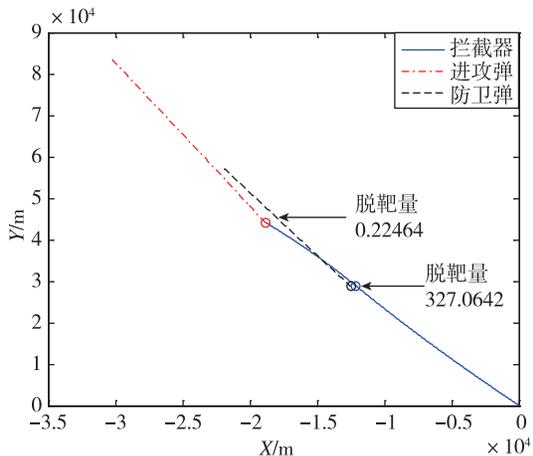


图 14 例 3 第 2 组仿真的飞行轨迹

Fig. 14 Fight path for the second simulation of example 3

5 结论

本文针对三体攻防博弈问题, 基于微分对策理论, 研究分析了拦截弹赢得博弈的不同情况, 并为拦截弹提出一种新型制导律。在 $Z_{AT}(t=0)$ 和 $Z_{AD}(t=0)$ 符号相反时, 拦截弹仅使用最优一对一制导律追踪进攻弹, 即可同时躲避防卫弹并命中进攻弹。在 $Z_{AT}(t=0)$ 和 $Z_{AD}(t=0)$ 符号相同时, 分 3 种条件讨论。前 2 种条件下, 拦截弹同样仅应用最优一对一制导律追踪进攻弹即可赢得三体博弈。对于第 3 种条件, 本文提出一种新型制导律, 使得拦截弹可在 AD 作战时间内有效躲避防卫弹, 并保证与进攻弹之间零控脱靶量最小, 在 AD 作战结束后, 拦截弹对进攻弹实施最优追踪, 赢得三方博弈。

参考文献

[1] 李博文. 基于博弈论的导弹拦截制导律研究 [D]. 沈阳: 沈阳理工大学, 2017.

[2] Horie K, Conway B A. Optimal fighter pursuit-evasion maneuvers found via two-sided optimization [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2006, 29 (1): 105-112.

[3] 孙传鹏. 基于博弈论的拦截制导问题研究 [D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2014.

[4] Talebi S, Simaan M A, Qu Z. Cooperative, non-cooperative and greedy pursuers strategies in multi-player pur

- suit-evasion games [C]. Control Technology and Applications (CCTA), IEEE, 2017: 2049-2056.
- [5] 韩冰. 基于微分对策的导弹主动防御制导研究 [D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2016.
- [6] Sun Q, Qi N, Huo M. Optimal strategy for target protection with a defender in the pursuit-evasion scenario [J]. The Journal of Defense Modeling and Simulation, 2018: 1548512918756220.
- [7] Qi N M, Sun Q L, Zhao J. Evasion and pursuit guidance law against defended target [J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2017, 30 (6): 1958-1973.
- [8] Liu Y, Ye D, Hao Y. Distributed online mission planning for multi-player space pursuit and evasion [J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2016, 29 (6): 1709-1720.
- [9] Sun Q L, Qi N M, Xu Z Y, et al. An optimal one-way cooperative strategy for two defenders against an attacking missile [J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2017, 34 (4): 1506-1518.
- [10] 孙启龙, 齐乃明, 赵钧, 等. 攻击主动防御飞行器的微分对策制导律 [J]. 国防科技大学学报, 2018, 40 (3): 7-14.
- [11] Sun Q L, Qi N M, Xiao L X, et al. Differential game strategy in three-player evasion and pursuit scenarios [J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2018, 29 (2): 352-366.
- [12] Rubinsky S, Gutman S. Three-player pursuit and evasion conflict [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2014, 37 (1): 98-110.

引用格式: 丁一波, 毛伟, 王小刚, 等. 三体追逃攻防博弈分析与新型拦截制导律研究[J]. 宇航总体技术, 2018, 2 (6): 10-18.

Citation: Ding Y B, Mao W, Wang X G, et al. Analysis for pursuit and evasion conflict of three players and research of novel intercepting guidance law [J]. Astronautical Systems Engineering Technology, 2018, 2 (6): 10-18.