

新型控制系统稳定性分析方法研究与展望

杨晓静

(北京航空航天大学航空科学与工程学院, 北京 100191)

摘要: 介绍了两类新型控制系统稳定性定量测度: 奇异摄动裕度和广义增益裕度。这两类稳定裕度是相位裕度和增益裕度在非线性时变系统中的推广, 能在使用于非线性系统时反映出与系统多种非线性性质的具体关系, 是适用于非线性时变系统稳定性量化的评估标准。将奇异摄动裕度应用于高超声速飞行器模型, 估计了滚转角快变条件下控制环的允许滞后时间, 并对相关开放性进行了展望。该裕度有潜力用于进一步揭示飞行器制导精度和姿态控制动态特性之间的关联机理, 为总体设计、姿态控制和气动布局的协调提供参考依据。

关键词: 非线性系统; 时变系统; 奇异摄动裕度; 广义增益裕度; 稳定性定量分析

中图分类号: TP273+.1

文献标志码: A

文章编号: 2096-4080 (2018) 05-0019-09

New Stability Margin Analysis Methods for Nonlinear Time-varying Control Systems

YANG Xiaojing

(School of Aeronautic Science and Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China)

Abstract: This work introduces two types of stability metrics, Singular Perturbation Margin (SPM) and Generalized Gain Margin (GGM). The SPM and GGM are generalized concepts of Phase Margin (PM) and Gain Margin (GM) for nonlinear time-varying systems from view of singular perturbation and regular perturbation, respectively, i. e. (i) theoretically based, (ii) practically measurable, (iii) backward compatible in the sense that when applied to Linear Time Invariant (LTI) systems. The SPM and GGM are used in the simulation model of a hypersonic vehicle, assess the allowable time delay when the roll angle is fast varying, and conclude with some insightful remarks and suggestions for further research. The SPM and GGM are potential to be further applied to reveal the mechanism between guidance accuracy and dynamic characteristics of attitude control.

Key words: Nonlinear system; Time-varying system; Singular perturbation margin; Generalized gain margin; Stability margin analysis

0 引言

稳定性分析是现代飞行器总体设计及其控制系统开发过程的重要环节^[1], 线性定常稳定性量

化指标, 如相位裕度 (Phase Margin, PM) 和增益裕度 (Gain Margin, GM)^[2] 已经广泛应用并成为飞行控制律设计的基本准则之一。然而, 基于线性数学变换的稳定性裕度不能适应含有如大范

收稿日期: 2017-11-14; 修订日期: 2018-06-18

作者简介: 杨晓静 (1982-), 女, 博士, 主要研究方向为飞行器控制系统和一般控制系统分析。

E-mail: XYang@buaa.edu.cn

围倾侧角或攻角指令、大范围状态变化、系统相关参数快变等因素造成的飞行器轨迹跟踪系统的快变属性的稳定性分析。事实上，线性定常系统控制理论经常将非线性、时变因素视为不确定性，将设计出来的控制器应用非线性时变系统中时，这些控制器不是处在危险的临界状态，就是在性能和稳定性方面过于保守^[3]。复杂飞行器的制导控制系统尚缺乏针对非线性时变系统，类似相位裕度和增益裕度这样广泛使用的标准。而随着非线性控制理论的深入研究和非线性方法在飞行器控制的实验及工程实践中越来越多的应用^[4-7]，对非线性时变系统建立像相位裕度和增益裕度这样成熟的稳定性测度标准变得日益紧迫重要。

2008年以来，以摄动分析方法为基础，奇异摄动裕度（Singular Perturbation Margin, SPM）和广义增益裕度（Generalized Gain Margin, GGM）作为适用于非线性时变系统稳定性测度和量化评估标准在美国控制会议上被提出，科研工作者逐步开发了针对半适定、慢时变、线性定常和非线性定常等系统类型的两类新的稳定裕度的计算方法^[8-10]，并在仿真和实验中验证了概念建立和计算方法的有效性。

这两种新的稳定裕度针对非线性时变飞行控制系统及其控制律设计，作为先进飞行器对于非标称的操作、高危险动作及其对复杂和剧变环境容纳能力的标准，有潜力成为一项飞行控制律评估与确认技术^[11]中的一项基本准则，既能保证飞行控制策略在飞行条件快速变化时对稳定性要求进行必要响应，又能从稳定性定量分析的角度对飞行器难度任务和复杂环境决定的高风险飞行状态进行预先风险评估诊断，在设计阶段充分考虑和挖掘飞行器执行任务的飞行潜力，在复杂飞行控制系统总体设计迭代过程中，切实提高控制系统的安全性和可靠性。

1 定义

1.1 奇异摄动裕度

线性定常奇异摄动系统（受扰系统）表达为^[12]

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \mathbf{A}_{11}x(t) + \mathbf{A}_{12}z(t) \\ \varepsilon \dot{z}(t) &= \mathbf{A}_{21}x(t) + \mathbf{A}_{22}z(t) \end{aligned} \quad (1)$$

其中， \mathbf{A}_{11} 、 \mathbf{A}_{21} 、 \mathbf{A}_{12} 和 \mathbf{A}_{22} 为常数矩阵， ε 为奇异

摄动参数， $z(t)$ 和 $x(t)$ 分别为快、慢系统状态变量。当 $\varepsilon \rightarrow 0$ ，受扰系统变为标称系统。

定义 1^[9]：对线性定常受扰系统，奇异摄动参数 ε 可定义为

$$\varepsilon_{cl} = \frac{\omega_{BW, \text{nom}}}{\omega_{BW, \text{fast}}} \text{ 或 } \varepsilon_{lg} = \frac{\omega_{cg, \text{nom}}}{\omega_{BW, \text{fast}}} \quad (2)$$

其中， $\omega_{BW, \text{nom}}$ 、 $\omega_{BW, \text{fast}}$ 和 $\omega_{cg, \text{nom}}$ 分别为标称系统带宽、快系统带宽和标称系统穿越频率。奇异摄动裕度，记为 ε_{\max} ，定义为使受扰系统式（1）临界稳定的快系统最小带宽 $\omega_{BW, \text{fast}}$ 。

定义 1 中， ε_{cl} 和 ε_{lg} 分别为从闭环系统带宽之比和环路增益的角度定义线性定常系统的奇异摄动参数 ε ，而对非线性时变系统，奇异摄动裕度可由定义 2 表达。

定义 2^[10]：非线性时变标称系统记为

$$\dot{x}(t) = f(x, \gamma(x, t), t) \quad (3)$$

其中，函数 $f(\cdot, \cdot, \cdot): D_x \times R^p \times [0, \infty) \rightarrow R^n$ 和 $\gamma(\cdot, \cdot): D_x \times [0, \infty) \rightarrow R^p$ 连续可微， $u = \gamma(x, t)$ 是反馈控制，使闭环系统指数稳定。标称系统的奇异摄动裕度，记为 $\bar{\varepsilon}(t)$ 的下界

$$\varepsilon_{\max} = \inf\{\bar{\varepsilon}(t), t > 0\} \quad (4)$$

其中， $\bar{\varepsilon}(t)$ 是 $\varepsilon \geq 0$ ， $\forall \varepsilon \in [0, \bar{\varepsilon}(t))$ 的上界，使受扰系统的平衡点 $[x, z] = 0$ 指数稳定。

受扰系统如图 1 所示。

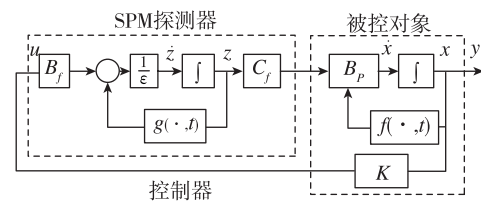


图 1 非线性时变奇异摄动系统示意图

Fig. 1 The diagram of a nonlinear time-varying singular perturbation system

1.2 广义增益裕度

定义 3^[9]：线性定常标称系统记为

$$\dot{x}(t) = (\mathbf{A} + \mathbf{BK})x(t) \quad (5)$$

其中， \mathbf{A} 、 \mathbf{B} 、 \mathbf{K} 是常数系统矩阵。广义增益裕度，记为 k_{\max} 和 k_{\min} ，分别定义为标称系统的奇异摄动裕度为 0 时，系统增益的增加和减少。

定义 4^[10]：非线性时变标称系统记为

$$\dot{x}(t) = f(x, \gamma(x, t), t) \quad (6)$$

其中，函数 $f(\cdot, \cdot, \cdot): D_x \times R^p \times [0, \infty) \rightarrow$

R^n 和 $\gamma(\cdot, \cdot): D_x \times [0, \infty) \rightarrow R^p$ 连续可微。广义增益裕度, 记为 k_{\max} 和 k_{\min} , 定义为标称系统的奇异摄动裕度为 0 时, 系统增益的增加和减少。

奇异摄动裕度作为相位裕度在非线性时变系统中的扩展, 与相位裕度具备一一对应关系, 这一关系的严格证明参见文献 [9]。类似线性定常系统相位裕度与增益裕度之间的关系, 广义增益裕度概念由奇异摄动裕度定义, 广义增益裕度对线性定常系统的分析方法与增益裕度等价, 计算线性定常系统的广义增益裕度只需调用计算机计算增益裕度的函数。

2 基本性质

奇异摄动裕度和广义增益裕度与相位裕度和增益裕度的关系如下:

- 1) 对线性定常系统, 奇异摄动裕度和广义增益裕度分别相对相位裕度和增益裕度具备等价性;
- 2) 相位裕度和增益裕度是单维结构, 奇异摄动裕度和广义增益裕度是立体结构;
- 3) 相位裕度和增益裕度基于传递函数和频率域分析, 数值结果单一, 只应用于线性定常系统, 奇异摄动裕度和广义增益裕度可以进行频率域分析, 也可以进行时间域分析, 数值结果多元, 可用于线性定常系统, 也可以应用于线性时变系统和非线性系统。

图 2 和图 3 以二维轨迹为例解释了奇异摄动裕度和广义增益裕度的上述性质, 及其与相位裕度和增益裕度的异同。

图 2 和图 3 中所用符号意义如表 1 所示。传统方法 (相位裕度和增益裕度) 与非线性时变轨迹稳定性分析比较如表 2 所示。

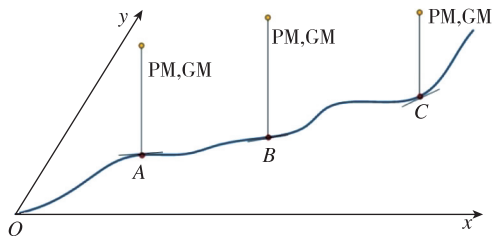


图 2 沿轨迹控制系统稳定性分析示意图 (相位裕度 PM 和增益裕度 GM [9])

Fig. 2 The diagram of the control system stability analysis, PM and GM, along the trajectory

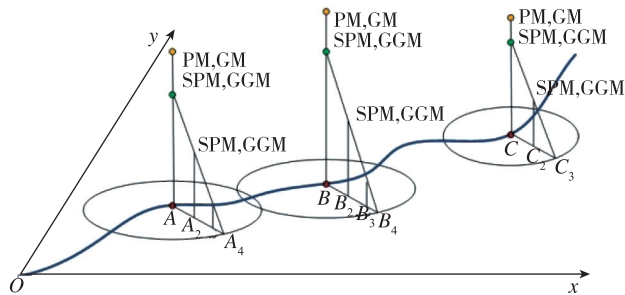


图 3 沿轨迹控制系统稳定性分析示意图 (奇异摄动裕度 SPM 和广义增益裕度 GGM)

Fig. 3 The diagram of the control system stability analysis, SPM and GGM, along the trajectory

表 1 图 2 和图 3 中所用符号意义

Tab. 1 Meanings of the symbols in Fig. 2 and Fig. 3

符号	意义
$x-y$ 平面	二维轨迹平面
蓝色曲线	二维轨迹
红色圆点 (A, B, C)	轨迹上操作点
图 3 中红色圆点上的直线	操作点进行线性化, 冻结时间方法分析
黄色圆点	操作点上相位裕度和增益裕度的数值
图 3 中绿色圆点	操作点上奇异摄动裕度和广义增益裕度的数值
图 3 中 $x-y$ 平面上的圆圈	操作点的稳定性吸引域
图 3 中三角形斜边	奇异摄动裕度和广义增益裕度的数值随远离操作点而减小

表 2 传统方法与非线性时变轨迹稳定性分析比较

Tab. 2 The comparison of trajectory stability analysis between the classic method and nonlinear time-varying method

	传统方法	非线性时变方法
稳定裕度表现形式	相位裕度和增益裕度	奇异摄动裕度和广义增益裕度
用于线性定常系统	可用	可用
用于线性时变系统	不可用	可用
用于非线性定常系统	不可用	可用
用于非线性时变系统	不可用	可用
频域分析	可用	可用
时域分析	不可用	可用
表现形式	角度; 分贝	奇异摄动参数; 正则摄动参数
分析对象	传递函数	传递函数、线性空间
结构	单维数字	立体结构

3 实例：高超声速飞行器控制系统稳定性定量分析

高超声速飞行器的飞行包线大，飞行特性复杂，外部环境多变，其动态特性呈现强非线性、强不确定性和强时变性，对于这种复杂情况，传统相位裕度和增益裕度的计算不仅仅存在保守性的问题，而是有可能得到完全错误的分析结果^[3]。本节给出相位裕度和奇异摄动裕度的分析比较。

3.1 问题提出

高超声速飞行器主要结构不确定性为质量 m 、转动惯量 I_y 、弹性模态频率 ω_i 、大气密度 ρ 、飞行器参考面积 S 、平均气动弦长 \bar{c} 、重力加速度 g 、前后弹性变形角 Δ_{r1} 和 Δ_{r2} 、气动参数和控制输入等，主要非结构不确定性为未建模弹性模态。按照摄动标准分为奇异摄动和正则摄动。高超声速飞行器不确定性的分类如表 3 所示。

考虑飞行器沿轨迹飞行时的质心平移环路的稳定裕度，即在三自由度质心平移环路中，增加

三自由度姿态控制环路，即攻角和侧滑角的跟踪动态（如表 3 所示，该环路对质心平移环路为奇异摄动），再入飞行器制导控制系统（轨迹跟踪）如图 4 所示。

表 3 高超声速飞行器不确定性分类

Tab. 3 Uncertainty classification of hypersonic vehicles

对象	结构不确定性	非结构不确定性	奇异摄动	正则摄动	分布情况 ^[13]
姿态环（控制环）	否	是	是	否	
风场（ V_w ）	是	否	否	是	
质量变化（ δ_m ）	是	否	否	是	均匀分布
重心位置变化（ $\delta_{x_{cg}}$ ）	是	否	否	是	均匀分布
转动惯量变化（主要影响姿态环）	是	否	否	是	均匀分布
气动不确定性	是	否	否	是	均匀分布
大气数据系统的测量误差（攻角和侧滑角 $\delta_\alpha, \delta_\beta$ ）	是	否	否	是	高斯分布
升、阻力系数拉偏	是	否	否	是	
机体部分弹性动态	否	是	是	否	

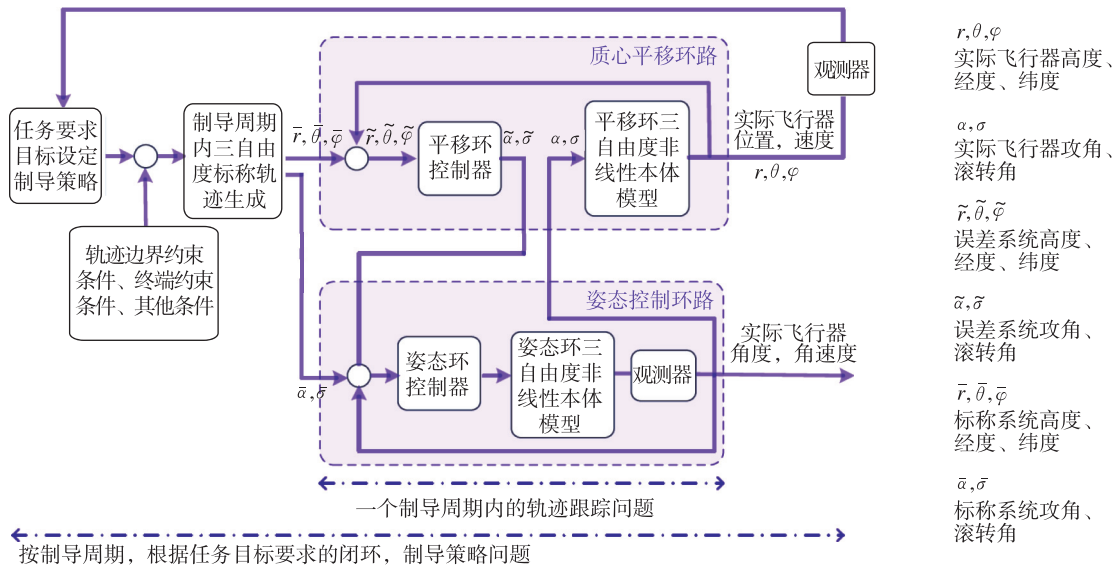


图 4 再入飞行器制导控制系统（轨迹跟踪）

Fig. 4 Re-entry Vehicle guidance control systems (trajectory tracking)

已知参考轨迹：

- 1) 参考轨迹各个状态量的数值，时间 (s)，距地面高度 (m)，经度 (°)，纬度 (°)，轨迹倾角 (°)，航向角 (°)，速度 (m/s)，攻角 (°)、速度轴滚转角 (°) 和距地心高度 (m)，如图 5 和

图 6 所示。

- 2) 沿参考轨迹的线性化系统矩阵序列 A_i 和 B_i ；
- 3) 三自由度纵向控制反馈矩阵序列 K_i 。

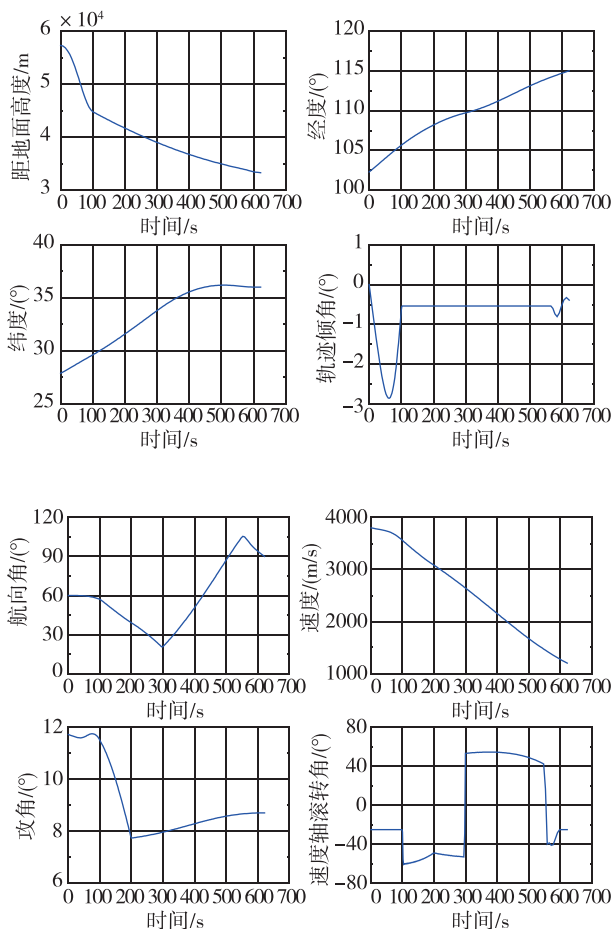


图 5 参考轨迹

Fig. 5 Reference trajectory

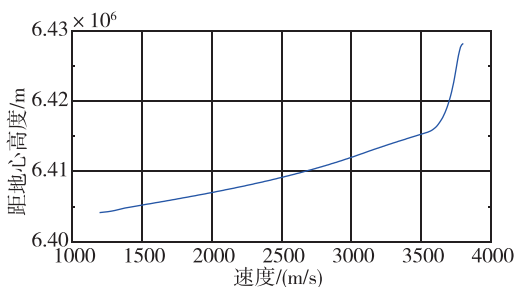


图 6 高度速度参考轨迹

Fig. 6 Reference trajectory in altitude and velocity

3.2 相位裕度分析

沿轨迹线性化系统矩阵 $A(t)$ 、 $B(t)$ 在时间点 t_i 的数值可求得导数矩阵 $\dot{A}(t)$ 、 $\dot{B}(t)$ 在时间点 t_i 的数值，系统矩阵 $A(t)$ 、 $B(t)$ 及其导数矩阵 $\dot{A}(t)$ 、 $\dot{B}(t)$ 的大小由其范数表征，各矩阵二范数如图 7 所示。

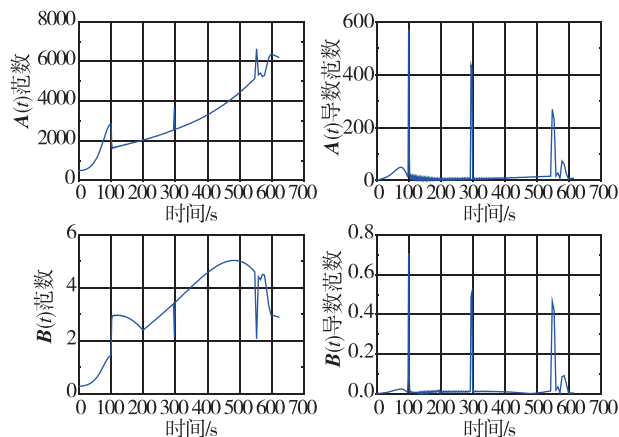


图 7 系统矩阵及其时间导数矩阵范数

Fig. 7 The norm of system matrices and its time derivative matrices

由图 7 可见，飞行器系统 $A(t)$ 、 $B(t)$ 在 100s 左右，300s 左右和 550s 左右 3 个时间点发生了较快变化，对比图 5 参考轨迹的滚转角图像，这 3 处变化对应标称轨迹中控制状态速度轴滚转角的快变时刻。下面考察翻转过程系统的快速变化对稳定性和稳定裕度的影响。如图 8 所示，飞行器系统矩阵在 280 秒至 320 秒呈现快变状态，系统矩阵导数发生快速变化。

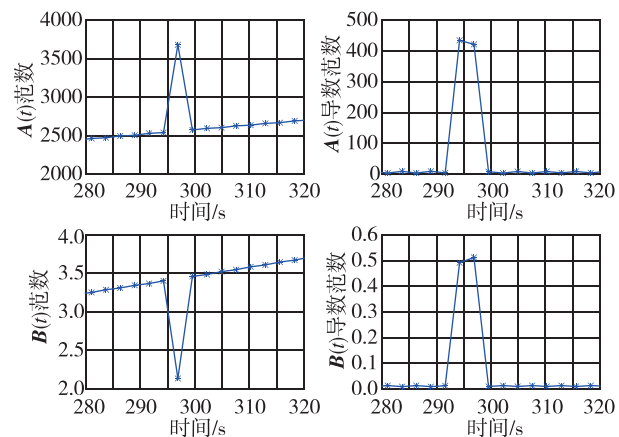


图 8 系统矩阵及其时间导数矩阵范数 (280s~320s)

(* : 信号点)

Fig. 8 The norm of system matrices and its time derivative matrices (280s~320s) (* : signal point)

根据开环系统逐点计算闭环攻角通道的冻结时间相位裕度和增益裕度，如图 9 所示。

根据开环系统逐点计算闭环稳定滚转角通道的冻结时间相位裕度和增益裕度，如图 10 所示。

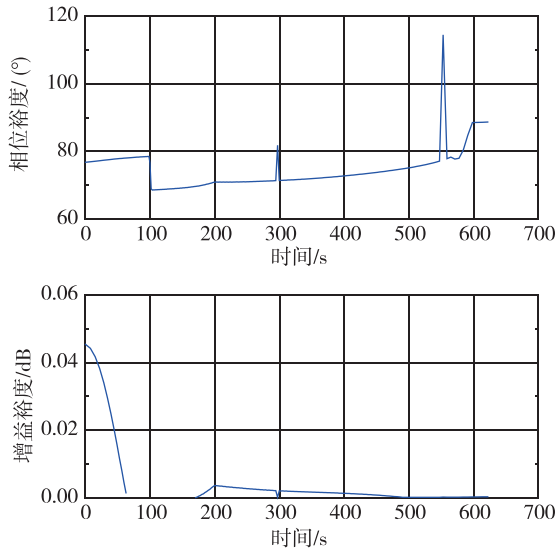


图9 攻角通道的冻结时间相位裕度和增益裕度

Fig. 9 The phase margin and gain margin of the frozen time system in the angle of attack channel

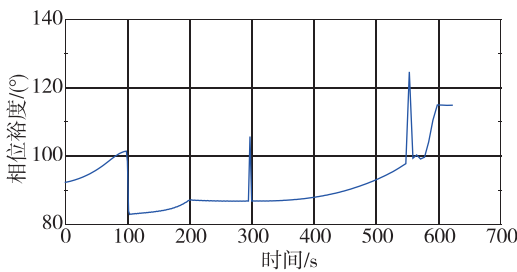


图10 滚转角通道的冻结时间相位裕度
(增益裕度为正无穷)

Fig. 10 The phase margin of the frozen time system in the roll angle channel (the gain margin is positive infinity)

由图9和图10可见,滚转角通道比攻角通道具有更大的相位裕度。在100s左右、300s左右和550s左右3个系统快变时刻,滚转角通道和攻角通道的相位裕度均有增加的现象,即系统更稳定。图9中70s~170s,增益裕度为正无穷,滚转角通道冻结时间系统增益裕度为正无穷。

3.3 奇异摄动裕度分析

这里考察300s左右系统参数快变的情况。稳定裕度分析与控制器的设计紧密相关,每一个设计点都已经利用线性二次型调节器(LQR)方法预先优化控制器,在下一个信号未知的情况下,采用的控制方法为冻结时间方法,一个信号周期内采用相同的增益,即基于LQR设计的冻结时间方法。在整条轨迹都预先知道,或下一个信号点预先知道的情况下,一个信号周期内采用插值进

行增益调度,即基于LQR设计的插值方法。

3.3.1 冻结时间LQR方法滚转角通道

这里选择稳态增益为1的2阶线性定常系统作为奇异摄动裕度探测器,其传递函数为

$$L_{\text{fast}}(s, \epsilon) = \frac{\omega_0^2}{\omega^2 s^2 + 2\zeta\omega_0\epsilon s + \omega_0^2} \quad (7)$$

取参数 $\zeta=1$, $\omega_0=2$ 。采用冻结时间LQR控制方法并进行仿真,即在下面一个轨迹状态点给出之前,使用前一个反馈常数矩阵 \mathbf{K}_i 。奇异摄动参数为0.3时,初始误差在速度误差状态和待飞航程误差状态震荡的情况下,经过10s左右稳定。奇异摄动参数此处的意义在于对滚转角的跟踪速度,图11显示了奇异摄动探测器模块前后滚转角在奇异摄动参数为0.3时滞后的情况。

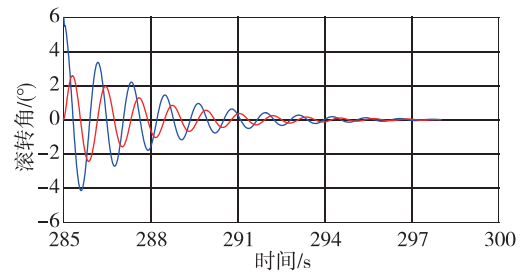


图11 蓝色:控制要求的滚转角,红色:滞后的滚转角
Fig. 11 Blue: the roll angle of control requires, red: the lagging roll angle

由于奇异摄动探测器为2阶线性定常系统,在奇异摄动参数为0.3时,信号跟踪速度有滞后,幅值也受到一些影响。由图11可见,滚转角滞后约0.25s。奇异摄动参数为0.4时,系统虽然不发散,但已经失去了收敛的稳定性。因此,滚转角通道奇异摄动裕度为0.3。

3.3.2 冻结时间LQR方法攻角通道

用类似3.3.1节的分析方法,攻角通道的奇异摄动裕度几乎为0。奇异摄动参数为0.0001时,初始误差 $\tilde{r}_0=0$, $\tilde{V}_0=0$, $\tilde{\gamma}_0=0.01$, $\tilde{S}_{\text{togo}}=0$,其中, \tilde{r}_0 、 \tilde{V}_0 、 $\tilde{\gamma}_0$ 、 \tilde{S}_{togo} 分别为误差系统变量质心到地心的距离、相对于地心惯性系的速度、速度矢量与水平面的夹角、待飞航程的初始值,系统很快震荡发散。

比较冻结时间控制设计方法下滚转角通道、攻角通道的奇异摄动裕度分析和相位裕度分析的结果,有如下结论:

1) 滚转角快速变化时,系统稳定性略呈加强趋势,奇异摄动裕度与相位裕度分析的趋势相同,

但相位裕度的定量差别更大。

2) 攻角通道的冻结时间稳定裕度比滚转通道小, 奇异摄动裕度与相位裕度分析结论相同, 但奇异摄动裕度远小于相位裕度的数值。

3.3.3 插值 LQR 方法滚转角通道

飞行器制导控制设计的参数对稳定性和稳定裕度都有影响, 即稳定裕度分析与飞行器平移环和姿态环的控制器设计紧密相关。应用 LQR 方法时, 更多地采用插值方法作为控制时间之间的过渡, 这样的过渡较冻结时间方法提高了控制器的有效性。然而, 使用相位裕度和增益裕度分析, 这样的差别是不可见的。对基于 LQR 设计插值方法闭环控制系统进行时变稳定性量分析, 选择一阶全通滤波器作为奇异摄动裕度探测器, 全通滤波器具有传递函数形式

$$L_{\text{fast}}(s, \epsilon) = \frac{1 - \frac{\epsilon s}{\omega_0}}{1 + \frac{\epsilon s}{\omega_0}} = -1 + \frac{2}{1 + \frac{\epsilon s}{\omega_0}} \quad (8)$$

为比较前述冻结时间方法时, 数值结果具有一致性, 即对应的奇异摄动裕度在快系统跟踪时间上可比, 选择 $\omega_0 = 2$ 。经过仿真计算, 滚转角通道奇异摄动裕度为 0.21。

3.3.4 插值 LQR 方法攻角通道

使用类似分析方法, 奇异摄动参数为 0.0077 时, 系统处于临界稳定的状态。比较冻结时间 LQR 方法和插值 LQR 方法控制器设计的奇异摄动裕度, 有如下结论:

1) 在滚转角通道上, 冻结时间 LQR 方法的稳定裕度大于插值 LQR 方法。冻结时间 LQR 方法奇异摄动裕度为 0.3, 而插值 LQR 方法的奇异摄动裕度为 0.21, LQR 在离散时间点的插值过渡并没有对系统滚转角的稳定裕度有所改善。

2) 在攻角通道上, 插值 LQR 方法的稳定裕度大于冻结时间 LQR 方法。攻角通道上, 冻结时间 LQR 方法控制闭环几乎不具有奇异摄动裕度, 而插值 LQR 方法设计控制器时, 奇异摄动裕度为 0.0077, 对应的攻角滞后时间为 0.02s。两种控制方法下, 飞行器翻转过程并未给稳定裕度造成不利影响, 反而稳定性稍好, 比较图 9 和图 10, 这与相位裕度的分析结论相同。综合比较两种控制方法, 从稳定性的角度, 插值 LQR 方法好于冻结时间 LQR 方法。

3.4 相位裕度和奇异摄动裕度结论对比和验证

奇异摄动裕度与相位裕度具有逐点一一对应的性质, 通过该对应关系可以通过相同的奇异摄动裕度探测器, 找到相位裕度对应的时间性质, 即找到攻角和滚转角通道上相应的相位裕度表征的时间滞后, 并由此可以验证相位裕度对滞后的预测是否正确, 并与奇异摄动裕度的结论相比较。

选择全通滤波器作为奇异摄动裕度探测器, 全通滤波器具有传递函数形式 (8), 与前文保持一致, 这里选择 $\omega_0 = 2$, 当 $s = j$ 为单位纯虚数, 信号进入全通滤波器的时间滞后, 记为 T_{delay} 。

$$T_{\text{delay}} = -\arcsin \left(\frac{1 - \frac{\epsilon j}{\omega_0}}{1 + \frac{\epsilon j}{\omega_0}} \right) \quad (9)$$

全通滤波器中奇异摄动参数为原标称系统的奇异摄动裕度 (记为 ϵ_{max}) 时的相位绝对值即为它所检测的相位裕度, 记为 PM。

$$\text{PM} = \left| \angle \frac{1 - \frac{\epsilon_{\text{max}} j}{2}}{1 + \frac{\epsilon_{\text{max}} j}{2}} \right| \quad (10)$$

上述时间滞后 T_{delay} 、奇异摄动裕度 ϵ_{max} 、相位裕度 PM 的关系如图 12~图 14 所示。

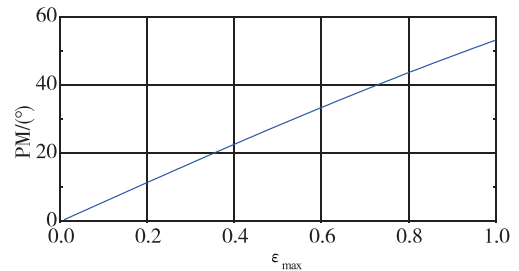


图 12 奇异摄动裕度 (ϵ_{max}) 与相位裕度 (PM) 的关系

Fig. 12 The relationship between SPM and PM

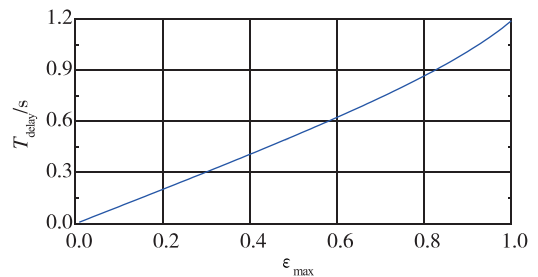


图 13 奇异摄动裕度 (ϵ_{max}) 与时间滞后 T_{delay} 的关系

Fig. 13 The relationship between SPM and time delay

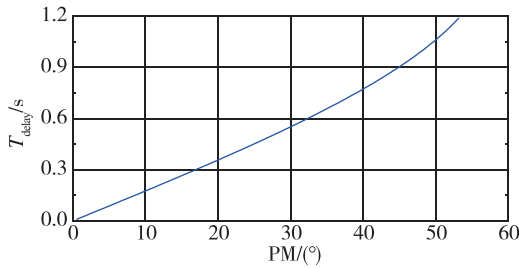


图 14 相位裕度 (PM) 与时间滞后 T_{delay} 的关系

Fig. 14 The relationship between PM and time delay

由图 14 可知, 相位裕度为 50° 时, 相对应允许的时间滞后大于 1s, 然而, 图 9~图 10 显示, 攻角通道和滚转角通道的相位裕度都基本大于 70° , 即相位裕度允许的攻角和滚转角滞后都至少为 1.2s。前文奇异摄动裕度对滚转角通道在无其他扰动情况下估计的滚转角允许的滞后约为 0.2s, 攻角允许的滞后约为 0.02s。用相位裕度方法分析的结论是错误的。

4 结论和开放性问题

4.1 结论

1) 奇异摄动裕度和广义增益裕度是相位裕度和增益裕度在非线性时变系统中的推广, 能在非线性系统时反映出与系统多方面非线性性质具体关系, 是适用于非线性时变系统稳定性量化的评估标准。

2) 在高超声速飞行器的仿真实例中, 控制方法与稳定性紧密相关, 而相位裕度和增益裕度分析不能反映出该相关性。沿参考轨迹相位裕度分析得到的关于姿态控制环路时间滞后的结论是错误的, 奇异摄动裕度分析得到的结论合理, 可以为进一步细化量化关联飞行器本体参数与轨迹设计提供参考。

4.2 开放性问题

1) 拓展原有基于标称系统与快系统带宽之比的单输入单输出奇异摄动裕度和广义增益裕度概念, 针对多变量飞行控制系统, 建立多输入多输出奇异摄动裕度和广义增益裕度概念; 非线性时变稳定储备准则相关算法优化和理论工具 (如非线性系统时变谱特征、系统特征结构以及吸引域估计) 的进一步完善和推广。

2) 奇异摄动系统解耦技术在一般时变系统中的推广。奇异摄动系统解耦方法能将奇异摄动参

数以解析形式明确表达在系统解耦之后的快慢子系统中, 有利于揭示稳定裕度与飞行器姿控动态特性之间的关联机理和稳定储备准则具体算法的进一步优化。

3) 正如图 2 和图 3 所示, 奇异摄动裕度和广义增益裕度是立体结构, 其数值是非线性系统平衡点的吸引域和吸引半径的函数, 在估计吸引半径的方法中, Lyapunov 函数方法及其优化解法是目前广泛使用的主要方法, 高超声速飞行器制导系统和控制系统中相应吸引域和吸引半径的最大化方法研究和应用是未来工作的一个重要部分。

4) 基于已有的最小相位探测器、全通滤波器型探测器、纯延迟及其 Pade 有理近似探测器和其它推广形式等, 进一步根据系统不确定性设计奇异摄动裕度探测器和广义增益裕度探测器。尤其是对具体机型的参数不确定性的分布情况, 美国国家航空航天局做了大量以计算机仿真为核心的工作^[13]。以高超声速飞行器系统误差的来源、分类、分布情况等为依据设计奇异摄动裕度和广义增益裕度探测器, 以及以非线性时变系统的稳定裕度为标准的模型误差分析依然是一个基础而开放的问题。

参考文献

- [1] 闵昌万. 高超声速飞行器横侧向气动布局准则研究 [J]. 宇航总体技术, 2018, 2 (3): 1-10.
- [2] Dorf R C, Bishop R H. Modern control systems [M]. Menlo Park, Calif: Addison-Wesley, 1998.
- [3] Hodel A S, Whorton M, Zhu J J. Stability metrics for simulation and flight-software assessment and monitoring of adaptive control assist compensators [C]. Proceedings of AIAA Guidance, Navigation and Control Conference, 2008: 7005.
- [4] Zhou Y, Kampen E J V, Chu Q P. Nonlinear adaptive flight control using incremental approximate dynamic programming and output feedback [J]. Journal of Guidance Control Dynamics, 2016, 40 (2): 1-8.
- [5] Chandrasekaran B K, Steck J E. An adaptive flight control system for a flapping wing aircraft [C]. AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, 2018: 1836.
- [6] Li Z, Zhou W, Liu H. Nonlinear robust control of hypersonic aircrafts with interactions between flight dynamics and propulsion systems [J]. ISA Trans-

- actions, 2016, 64: 1-11.
- [7] Mahmood A, Kim Y. Decentralized formation flight control of quadcopters using robust feedback linearization [J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2017, 354 (2): 852-871.
- [8] Yang X. Nonlinear control system stability metrics via a singular perturbation approach [D]. Athens, OHIO University, 2013.
- [9] Yang X, Zhu J J, Hodel A S. Singular perturbation margin and generalized gain margin for linear time-invariant systems [J]. *International Journal of Control*, 2015, 88 (1): 11-29.
- [10] Yang X, Zhu J J, Hodel A S. Singular perturbation margin and generalised gain margin for linear time-invariant systems [J]. *International Journal of Control*, 2015, 88 (1): 11-29.
- [11] 刘林. 现代飞行控制系统的评估与确认方法 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2010.
- [12] Khalil H K. Nonlinear systems [M]. Upper Saddle River, Prentice-Hall, 2002.
- [13] Baumann E, Strovers B, Beck R. The X-43A six degree of freedom Monte Carlo analysis [C]. 46th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, 2008: 7-10.

引用格式: 杨晓静. 新型控制系统稳定性分析方法研究与展望[J]. 宇航总体技术, 2018, 2 (5): 19-27.

Citation: Yang X J. New stability margin analysis methods for nonlinear time-varying control systems [J]. *Astronautical Systems Engineering Technology*, 2018, 2 (5): 19-27.

(上接第 18 页)

- [2] 冯韶伟, 刘竹生, 栾宇, 等. 基于拉压不同刚度的运载火箭捆绑联接装置力学特性研究 [J]. *导弹与航天运载技术*, 2013, 327 (4): 9-13.
- [3] 汪轶俊. 运载火箭固体捆绑技术研究 [D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2007: 38-41.
- [4] 冯韶伟, 刘竹生, 马忠辉, 等. 捆绑火箭助推器与芯级间捆绑联接技术应用进展 [J]. *导弹与航天运载技术*, 2012, 323 (6): 20-23.
- [5] 马忠辉, 冯韶伟, 吴义田. 助推器超静定捆绑方案 [J]. *导弹与航天运载技术*, 2015, 338 (2): 6-11.
- [6] 苏翼林. 材料力学 [M]. 北京: 高等教育出版社, 1979.
- [7] 龙驭球. 结构力学教程 (I) [M]. 北京: 高等教育出版社, 2000.
- [8] 龙乐豪. 总体设计 (上) [M]. 北京: 中国宇航出版社, 1989.
- [9] 赵人濂. 地-地导弹、运载火箭液体推进剂晃动设计规范 [S]. 中华人民共和国航空航天工业部, 1991.
- [10] 胡海昌. 弹性力学的变分原理及其应用 [M]. 北京: 科学出版社, 1981.

引用格式: 王月, 冯韶伟, 吴洁, 等. 基于力法的超静定捆绑火箭传力特性研究[J]. 宇航总体技术, 2018, 2 (5): 13-18.

Citation: Wang Y, Feng S W, Wu J, et al. Design for the force transmission path of the hyper-static strap-on launch vehicle by the force method [J]. *Astronautical Systems Engineering Technology*, 2018, 2 (5): 13-18.