

航行体垂直发射过程不确定性量化方法的探讨

陈 浮¹, 马贵辉¹, 权晓波², 姜 帅¹

(1. 哈尔滨工业大学能源科学与工程学院, 哈尔滨 150001;
2. 北京宇航系统工程研究所, 北京 100076)

摘 要: 在发射平台运动、海浪及海流、气水介质突变、空泡溃灭等的影响下, 航行体水下垂直发射呈现出干扰因素随机性强、干扰量大、弹道参数变化剧烈等特点。在分析、辨识各种干扰因素的形成机制及组成结构的基础上, 建立了描述航行体水下发射过程不确定度的数学模型; 介绍了近年来国际上较为热门的不确定性量化研究中的数值方法和进展, 主要讨论了基于多项式混沌理论的不确定度量化方法; 最后, 探讨了未来航行体水下发射过程不确定性量化研究所面临的一些挑战和亟待解决的问题。

关键词: 垂直发射航行体; 不确定性量化模型; 数学方法; 可靠性

中图分类号: O352

文献标志码: A

文章编号: 2096-4080 (2017) 04-0065-08

Discuss of Mathematical Methods for Uncertainty Quantification in Motion Process of Vertical Launched Underwater Vehicle

CHEN Fu¹, MA Gui-Hui¹, QUAN Xiao-Bo², JIANG Shuai¹

(1. School of Energy Science and Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China;
2. Beijing Institute of Astronautical Systems Engineering, Beijing 100076, China)

Abstract: Considering the influential factors, such as the mobile launching platform, ocean currents and waves, the variation of the parameters of water and air, cavity collapse, the interfering factors are random and significant, and the parameters of the ballistic trajectory change so much when a vehicle is launched under water. Firstly in this paper, based on the analysis and identification of the mechanism as well as the composition structure of the various interfering factors, the uncertainty quantification model of motion process of the underwater vehicle is established. Then, the recent progress on the mathematical methods for uncertainty quantification is reviewed briefly, the emphasis will be a method based on generalized polynomial chaos. Also, some challenging and open problems for the uncertainty quantification research in motion process of launched vehicles under water will be discussed.

Key words: Vehicles under water; Uncertainty quantification model; Mathematical methods; Reliability

收稿日期: 2017-09-13; 修订日期: 2017-11-03

基金项目: 国家自然科学基金 (51679005)

作者简介: 陈浮 (1970-), 男, 博士, 教授, 主要研究方向为多相耦合流动仿真、不确定性量化。

Email: chenfu@hit.edu.cn

0 引言

采用弹射技术发射的潜射航行体，在发射平台运动、海浪、海流、介质突变、空泡溃灭等的影响下，其绕流流场参数及所受到的流体动力、载荷等变化剧烈，并可能导致弹道失稳、结构破坏甚至发射失败等风险。例如，俄罗斯“布拉瓦”导弹迄今进行了21次试验，失败10次，其中至少5次试验失败是水下弹道失控，使其出水姿态偏离预设值，导致出水后发生坠海或自毁现象^[1]。目前可靠性最高的美国“三叉戟II”D5导弹，研制早期的几次发射失败多是弹体尾部机械载荷过大导致的，有学者认为该问题至少在部分程度上与导弹设计时低估了弹道偏转带来的较大水压载荷有关^[2]。

上述资料表明，航行体弹道及出水姿态的稳定性对飞行成败至关重要，如果弹道离散度较大或不确定性较强，就很难在出水分离点处保证航行体姿态满足点火起控允许的参数要求，显著降低发射的可靠性和成功率。

1 潜射航行体水下发射过程不确定性因素的辨识

如图1所示，潜射航行体水下发射过程具有干扰量大、干扰因素随机性强、参数变化强烈等特点，影响弹道、运动姿态的各种不确定性因素按来源可分为发射环境及条件不确定性、系统不确定性两类。

表1给出的不确定性成因分析表明，不确定性因素具有随机性、模糊性和未确知性等特点，其微小扰动有可能给航行体水下发射过程带来较大影响，并由此带来弹道稳定性差、参数散布范围大等问题。为考察不确定性因素对航行体水下发射过程的影响，实施全尺寸、系统级的潜射发射试验无疑是最可靠的手段。样本理论表明，基于试验结果推断出不确定性相关信息（如弹道的数学期望、方差等）的前提是试验次数足够多。如果再考虑到发射环境及条件的非重复性、新型号预研阶段技术跨越大及信息缺乏等因素，评估不确定性所需的试验次数将非常大。限于政治、经济及安全等原因，系统级试验次数一般极少。依赖这些系统级试验次数对水下发射过程中的不确定性进行分析和预测具有较大的难度。

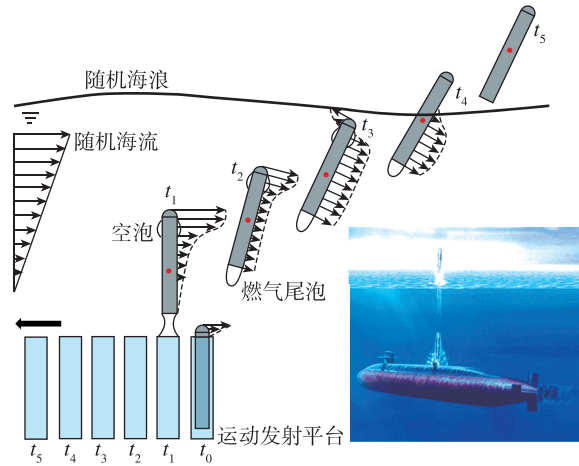


图1 多种不确定性因素下的航行体水下发射过程

Fig.1 Launch process of underwater vehicles with multiple uncertain factors impact

表1 潜射航行体水下发射过程不确定性因素辨识

Tab.1 Uncertain factors of the launch process of underwater vehicles

| 种类 | 成因分析 |
|--------------------------|---|
| (1) 发射条件及环境不确定性 | |
| 海洋环境 ^[3-4] | 随机海流 海流流场随发射海区、季节不同而变化较大，且不同深度的海流流向、流速也不一致，具有较强随机性 |
| | 随机海浪 海浪可视为无限多个频率及方向不同、振幅变化且相位杂乱的有限振幅波随机叠加成的不规则波系，近水面处航行体弹道及出水姿态与波高、波长、波向、波浪周期、波浪方向角、初始相位角等有关 |
| 发射平台的随机扰动 ^[4] | 受发射区海情影响，发射平台运动参数（如航深、航速、升沉速度、纵摇角及其角速度、横摇角等）发生随机性变化，航行体出筒瞬间初始运动参数也随之出现偏差 |
| 介质突变 ^[5] | 航行体从水介质进入空气介质时，它在水-气界面上的流动形态是非对称的航行体气泡组合形态，可能引起出水弹道的非线性偏离 |
| 空泡 ^[6] | 航行体局部表面出现空化现象时，随其出水的空泡将会在毫秒级的时间内溃灭，并导致航行体法向加速度和俯仰力矩出现随机性突变 |
| 燃气尾泡 ^[7] | 航行体采用弹射技术发射时，尾部形成的燃气尾泡的非正常发展可能导致航行体水下弹道出现偏移 |

续表

| 种类 | 成因分析 |
|-------------------------|--|
| (2) 系统不确定性 | |
| 制造及工艺误差 ^[8] | 航行体加工、装配存在工艺误差以及航行体各段之间对接时可能出现轴线偏差、角偏差等, 通常引起具有正态分布特征的扰动力和扰动力矩 |
| 质量分布偏差 ^[9] | 航行体内部结构布局的不对称性使其质量分布存在偏差, 带来静不平衡问题和动不平衡问题 |
| 推力偏心及偏心距 ^[9] | 航行体尾部、燃气发生器等几何误差、安装偏差可能使弹射气体产生的推力矢量与质心之间存在偏心距离, 并导致推力偏心及偏心距 |

于是, 通过具有高可信度的数值建模与模拟 (Modeling and Simulation, M&S) 实现航行体水下发射过程不确定性的评估和预测就成为一条有效途径。通过 M&S 为航行体弹道、运动姿态的稳定性及可靠性提供量化依据, 需要在探索不确定度因素的组成结构及其量化理论的基础上对不确定性因素进行量化。不确定性量化 (Uncertainty Quantification, UQ) 指通过辨识不确定性因素的组成结构, 利用数学、统计学方法, 定量描述和减少被预测系统 (航行体) 行为不确定性的科学。基于 UQ 的 M&S 任务的本质是通过构建系统状态及工作环境与系统性能之间复杂而又确定的物理关系, 研究并量化系统状态及工作环境的不确定度所引起的系统性能不确定度, 进而得到系统性能的不确定度量^[10-11]。

2 UQ 数学方法概述

不确定性可分为物理不确定性、输入参数不确定性、模型形式不确定性和预测不确定性等 4 类, 或分为偶然不确定性和认知不确定性两类^[12-13]。后者是目前学术界广泛认可的分类方式。

自 20 世纪末以来, UQ 研究得到了众多研究者的高度重视, 成为重要的应用数学研究方向^[14-15]。例如, 美国能源部 (DOE)^[16] 及其所属的三大核武器试验室^[17-19]、航空航天局 (NASA)^[20]、航空航天学会 (AIAA)^[21] 等开展了基于 UQ 理论的复杂工程 M&S 的模型验证与确认研究工作; 欧盟在航空、航天领域启动了若干不确定性分析的研究计划^[22]。国内也开展了相应的研究工作^[23-26], 并取得了一些较好的成果, 但仍

处于起步阶段。

M&S 中的 UQ 方法可分为概率法和非概率法^[27]。作为概率法的一种, 基于多项式混沌理论 (Polynomial Chaos Expansion, PCE) 的随机谱法 (Stochastic Spectral Methods, SSM) 被广泛应用于流体力学、结构力学、热科学等领域的 UQ 研究中。PCE 源于 Wiener^[28] 在对布朗运动的随机过程研究中提出的齐次混沌法。Cameron 等^[29] 证明 Hermite 多项式混沌展开可收敛于具有有限 2 阶矩的任意随机过程。Ghanem 等^[30] 证明了多维概率空间中的 Hermite 多项式可构成一族正交基, 基于该多项式的混沌展开具有均方收敛特征, 并首次将这种随机变量谱展开法应用于固体力学有限元分析的 UQ 研究中。Ghanem^[31] 通过等概率法将接近正态分布的随机变量转换为正态分布, 并利用 Hermite 多项式展开处理该类变量的不确定性。Xiu 等^[32] 扩展了基于 Gauss 变量的 Hermite 多项式展开, 提出了广义多项式混沌法。其基本思想是在随机参数空间用 PCE 构成无穷级数项展开式逼近随机变量。设概率空间 (Ω, F, P) , 令 Ω 为样本空间, F 为 Ω 上的 σ 代数, $P: F \rightarrow [0, 1]$ 为可测区间 (Ω, F) 的概率测度, 若概率空间内描述某不确定物理过程 $\theta \in \Omega$ 的一组随机变量为 $\xi(\theta) = \{\xi_1(\theta), \xi_2(\theta), \dots, \xi_N(\theta)\}^T$, 则任一一定义于该空间的随机变量 $y[\mathbf{r}, t, \xi(\theta)]$ 的多项式混沌展开式可写为:

$$y[\mathbf{r}, t, \xi(\theta)] = \sum_{i=0}^{\infty} \tilde{y}_i(\mathbf{r}, t) \phi_i[\xi(\theta)] \quad (1)$$

其中, $\tilde{y}_i(\mathbf{r}, t)$ 为确定性向量函数, $\phi_i[\xi(\theta)]$ 为随机变量 ξ 的多项式基函数。式 (1) 中级数的第一项为变量均值, 第二项代表 Gauss 随机波动, 第三项及高阶项表示非 Gauss 随机波动。式 (1) 表明, 只要用某种方式得到级数中确定性向量函数 $\tilde{y}_i(\mathbf{r}, t)$, 就可获得随机变量 y 的精确解 (或近似解) 及统计信息。如均值、方差分别为 $\mu_y = \tilde{y}_0(\mathbf{r}, t)$ 、 $\sigma_y^2 = \sum_{i=0}^{\infty} \tilde{y}_i^2(\mathbf{r}, t) [\phi_i^2(\xi)]$ 。为保证广义多项式混沌法的精度并处理随机空间的不连续性, Soize 等^[33]、Wan^[34] 进一步讨论了任意概率密度情形, 提出了多元素广义多项式混沌展开法。Oladyshkin 等^[35] 提出了任意多项式混沌展开法, 用于构建以具有任意概率分布的不确定性参数为变量的计算模型。

基于PCE的SSM包括随机Galerkin法(Stochastic Galerkin Method, SGM)和随机配置法(Stochastic Collocation Method, SCM)。其中, SCM是当今较为流行的UQ方法, 它是一种非嵌入式算法, 将原有数学模型视为“黑盒子”, 在随机空间采用抽样或其他方法选取输入参数作为样本, 通过计算与这些特殊样本对应的确定性问题, 并将它们的解作为样本信息来构造高精度的PCE, 进而获得输出结果的统计特征, 评估输入参数或计算条件不确定性的传播影响。由于SCM将需要求解的随机问题分解为一系列特殊样本点上的确定性问题, 因而可以调用确定性问题求解器, 与确定性问题的兼容性使得SCM在复杂随机问题分析中得到广泛应用。例如, Walters^[36]在随机变量空间采用抽样方法选取输入参数作为求解PCE系数的样本。Hosder等^[37]给出了SCM在随机流动中的多个应用。

SCM的计算精度和速度极大地依赖于配置点的选取。在多维随机空间中, 基于张量积的选点策略^[38]简单直接, 但会导致严重的“维度灾难”问题, 即所需要的张量积节点个数随着随机空间维数、PCE阶数的增长而呈指数上升, 要求提供的样本数非常巨大, 考虑到对于每一个样本都需要求解与原随机问题同等规模的确定问题, 这使得SCM的计算耗费极为高昂, 甚至不可接受。为了克服维度灾难问题, 概率配置法(Probabilistic Collocation Method, PCM)被引入到UQ计算当中^[39], 它的主要思想是在高斯积分点中选取配置点, 计算随机系统的响应量, 然后再映射到PCE模型上。Villadsen等^[40]证明了在一维情况下以正交多项式的根作为配置点的PCM可以推广到多维空间。Loeven等^[41]发展了用Lagrange插值多项式构造随机变量的PCM, 可以在保证计算精度的情况下减少计算量, 提高效率。Wang等^[42]采用PCM对某压气机转子进行了鲁棒优化, 在提高转子气动特性的同时降低了其对不确定性条件的敏感性。Ammaro等^[43]采用Monte Carlo法和PCM分析了进口压力变化导致的气膜有效度及叶片寿命的不确定性变化。赵轲等^[44]进行了基于PCM的翼型不确定性分析及其稳健性优化设计。在高维随机问题中, 由于多维随机空间正交多项式的根的数量远多于配置点数量, 如何从庞大的根集中选取子集作为PCM的配置点, 至今仍没有成熟理

论。近年来稀疏网格配置法(Sparse Grid Collocation Methods, SGCM)由于具有配置点个数少, 有着严格数学理论保证计算精度等特点而得到广泛应用^[45-46]。

对于复杂系统的M&S来说, 输入参数的不确定性以偶然和认知不确定性耦合在一起的混合型不确定性为主。当存在认知不确定性时, 基于概率论的UQ方法不适于开展不确定性分析, 需要用混合模型描述不确定性变量。例如, 随机-模糊模型、随机-区间模型、概率-模糊-区间模型等。概率盒^[27](Probability Box, P-Box)是一种概率和区间的混合模型, 该模型用区间表达认知不确定性, 可用于描述混合型不确定性问题, 现有的概率模、区间数和证据结构等可直接转换为P-Box的形式, 在复杂系统的不确定性分析中具有良好的应用前景。Jiang等^[47]用P-Box对认知不确定性进行建模, 提出了统一不确定性分析模型, 研究了极限状态方程的双重迭代模型。Zhang等^[48]离散化处理P-Box变量, 提出了基于区间Monte Carlo法的结构可靠性统一分析模型。Yang等^[49]提出了可处理包含随机变量和P-Box的混合可靠性分析方法。

3 航行体水下发射过程M&S中的UQ模型建立

目前, 航行体水下发射过程的M&S方法包括: 根据导弹水下受力及力矩, 建立水下运动数学模型; 基于CFD理论、有限体积法及动网格技术, 建立水下运动耦合仿真模型。其中, 后者对于航行体水下发射过程涉及的多相流问题及流体动力问题有着良好的求解能力, 适于建立水下环境模型和航行体运动模型的综合模拟系统, 实现多种环境因素综合作用与航行体运动的耦合计算, 使得仿真结果更接近于实际情况。限于问题的非线性、非定常性特点, 关于多相流体运动与多自由度刚体运动耦合求解的航行体水下发射过程M&S方面的研究成果不但较为少见, 而且几乎都属于确定性研究, 即采用确定的模型、边界条件和求解方法进行数值模拟及结果分析工作, 并没有考虑发射条件及环境(如发射平台的航速及航深、随机浪-流参数等)不确定性、数学模型形式不确定性、数值模拟不确定性以及各种不确定性的传播等对航行体水下弹道、出水姿态等的影响。

例如, Saranjam^[50]利用流动控制方程与运动方程耦合求解方法研究了航行体自由飞行时的超空泡演化过程。杨晓光等^[51]利用动网格技术等航行体六自由度水下运动及出水过程进行了数值模拟,分析了发射平台运动、波浪、自由液面等因素对航行体运动学及动力学特性的影响。鲍文春等^[52]采用 VOF 模型及动网格技术,针对航行体排气水下发射过程展开研究,获得了航行体排气水下运动过程表面压力分布特性及气泡形成演化规律。

由于物理过程的复杂性及认知不足,航行体水下发射过程的 M&S 始终存在着不确定性,无法真实、完整地反映其流体动力学特征,使得弹道、运动姿态等参数的准确预测和分析变得极为困难。国内外相关文献调研结果表明,基于 UQ 理论的航行体流体动力学参数的预测和评估方面的研究工作几乎是空白,存在着许多亟待解决的问题。例如,如何构建可描述浪-流-大气耦合效应的随机参数分布特征的数学模型,如何通过高精度量化方法、灵敏度分析方法等缓解“维度灾难”问题,如何解决复杂系统混合型不确定性输入参数的分析和量化问题等。

设与航行体系统状态(如几何尺寸、物性参数等)有关的参数满足表达式 $\tau(\mathbf{r})=0$, 其中 \mathbf{r} 为空间坐标; 随时空变化的发射条件及环境参数满足式 $f(\mathbf{r}, t)=0$, 其中 t 为时间; 用于描述航行体水下发射过程的流体力学及运动学参数组为 $\xi_f(\mathbf{r}, t), \xi_k(\mathbf{r}, t)$; 反映流体性质间关系的物理模型(如本构方程、湍流模型、多相流模型

等)、与航行体受力有关的经验公式或假设写为 $\eta_f[\xi_f(\mathbf{r}, t)]=0, \eta_k[\xi_k(\mathbf{r}, t)]=0$ 。于是,航行体水下发射过程的多物理场耦合的非线性偏微分方程组与常微分方程组可写为

$$L_f[\xi_f(\mathbf{r}, t)]|_{\tau(\mathbf{r})=0, f(\mathbf{r}, t)=0, \eta_f[\xi_f(\mathbf{r}, t)]=0} + L_k[\xi_k(\mathbf{r}, t)]|_{\tau(\mathbf{r})=0, f(\mathbf{r}, t)=0, \eta_k[\xi_k(\mathbf{r}, t)]=0} = 0 \quad (2a)$$

或

$$L[\xi(\mathbf{r}, t)]|_{\tau(\mathbf{r})=0, f(\mathbf{r}, t)=0, \eta[\xi(\mathbf{r}, t)]=0} = 0 \quad (2b)$$

其中, $L[\cdot]$ 为包含时空微分的算子,描述了建立在普遍物理规律之上的流体力学与运动学参数之间的函数关系。

图 2 给出了航行体水下发射过程 M&S 中不确定性因素的组成结构。输入参数 $\tau(\mathbf{r})=0, f(\mathbf{r}, t)=0$ 的不确定性是观测、统计过程中产生的,称输入参数不确定性,一般属于偶然和认知不确定性耦合的混合型不确定性。物理模型 $\eta[\xi(\mathbf{r}, t)]=0$ 及方程组 $L[\xi(\mathbf{r}, t)]=0$ 的不确定性是构造数学或力学模型过程中产生的,由于对反映物理行为的客观规律认知不足或为降低它们的复杂度而引入简化假设导致,是认知不确定性。输出参数组 $\xi(\mathbf{r}, t)$ 的不确定性来源有 3 个: 1) 输入参数及模型形式不确定性在 M&S 过程中引起的不确定性传播; 2) 应用离散数学方法求解微分方程组时引起的数值模拟不确定度,与计算域及方程的离散方法、求解算法等有关; 3) 上述两类不确定性间的非线性耦合作用产生的不确定性。

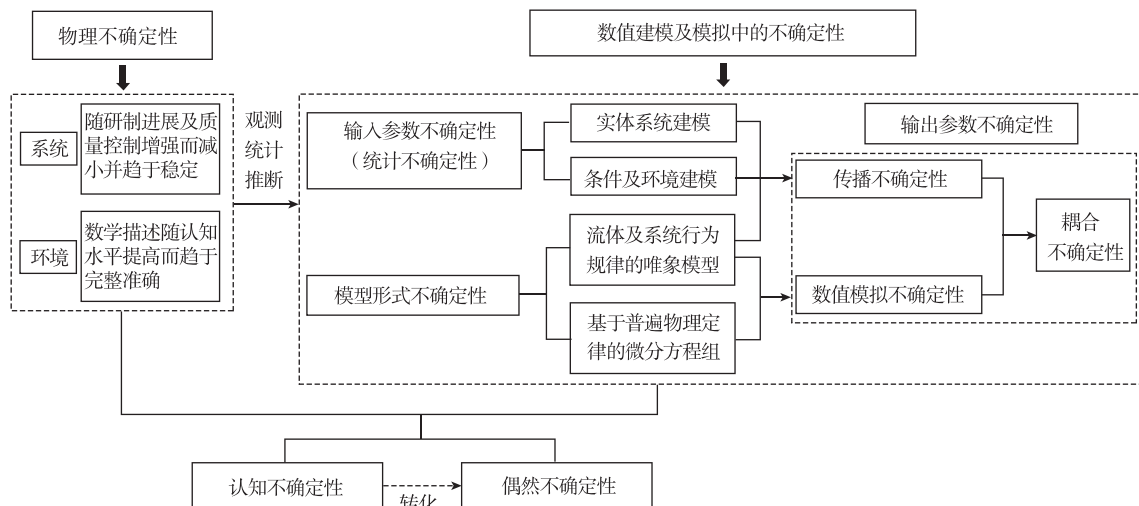


图 2 潜射航行体水下发射过程 M&S 中的不确定性组成结构

Fig. 2 The composition of uncertainty within the M&S of vehicle's launch process

基于上述讨论, 潜射航行体水下发射过程 M&S 中的 UQ 模型可写为

$$\left. \begin{aligned} U[\xi(\mathbf{r}, t)] &= \{U_1[\xi(\mathbf{r}, t)] \mid_{\tau(\mathbf{r})=0, f(\mathbf{r}, t)=0}, \\ U_2[\xi(\mathbf{r}, t)] \mid_{\eta[\xi(\mathbf{r}, t)]=0, L[\xi(\mathbf{r}, t)]=0}, \\ U_3[\xi(\mathbf{r}, t)] \mid_{\tau(\mathbf{r})=0, f(\mathbf{r}, t)=0, \eta[\xi(\mathbf{r}, t)]=0, L[\xi(\mathbf{r}, t)]=0} \} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

其中, $U_1[\cdot]$ 是与航行体状态、发射条件及环境有关的不确定度, 其表达式取决于统计结果、认知水平, 源于对物理对象描述不精确; $U_2[\cdot]$ 是与数学或力学模型构造有关的不确定度, 其函数形式取决于建模时所认知的科学理论, 源于建模时没有精确反映客观对象的物理本质; $U_3[\cdot]$ 是数值模拟过程中产生的不确定度, 其数学描述取决于数值离散方法, 源于不确定性的传播、数学求解方法没有准确求解微分方程组以及诸多不确定性因素间的耦合效应等。

4 结论

潜射航行体水下发射过程是一个多物理场耦合的复杂物理演化过程, 涉及流体力学、空气动力学、多相流体力学、运动学等多个学科。描述这一复杂过程的数学模型是非线性流体力学方程组与运动学方程组耦合在一起的不确定性微分方程组。因此, 在深入探讨表征航行体水下发射过程中不确定性因素的组成结构、量化分析及传播机制的新理论、新方法的基础上, 定量分析不确定性参数的分布特征及其数学描述对航行体流体力学参数的影响, 实现对弹道、运动姿态等的准确分析、评估及较高可信度预测, 并为判断不确定性因素诱发弹道失控模式提供数据支持, 不但是航行体水下发射技术研究的一个重要方向, 而且可为具有较高的可靠性、稳定性及作战效能的新型航行体研制奠定良好基础, 极具理论价值和工程应用意义。

参考文献

- [1] 马顺南, 徐松林. 俄罗斯洲际弹道导弹及试射近况浅析 [J]. 计算机测量与控制, 2016, 24 (8): 1-4.
- [2] 王瑞臣. 美国潜射弹道导弹的发展历程 [J]. 四川兵工学报, 2009, 30 (11): 138-140.
- [3] 王彦磊, 袁博, 朱尚卿, 等. 海洋环境对潜艇活动的影响 [J]. 舰船科学技术, 2010, 32 (6): 52-55.
- [4] 张少康, 苗军, 彭文辉. 潜射巡航导弹水下发射非正常特性研究 [J]. 软件, 2014, 35 (6): 48-52.
- [5] 冯振兴. 潜地导弹水下发射环境分析 [J]. 导弹与航天运载技术, 1996 (5): 43-52.
- [6] 张义忠, 赵世平, 蔡民. 美国 D5 导弹发射系统的技术特点分析 [J]. 舰船科学技术, 2011, 33 (s1): 148-151.
- [7] 刘志勇, 颜开, 王宝寿. 潜射导弹尾空泡从生成到拉断过程的数值模拟 [J]. 船舶力学, 2005, 9 (1): 43-50.
- [8] 宁波, 陈刚, 陈卫东. 基于蒙特卡洛法的水下火箭攻击弹道数学仿真研究 [J]. 系统仿真学报, 2006, 18 (s2): 8-12.
- [9] 陈云霞, 孙宇锋, 段朝阳. 推力偏心影响下的飞控系统可靠性研究 [J]. 北京航空航天大学学报, 2004, 30 (2): 143-146.
- [10] 马智博, 李海杰, 殷建伟, 等. 可靠性数值模拟的不确定度量化 [J]. 计算物理, 2014, 31 (4): 424-430.
- [11] 梁霄, 王瑞利. 混合不确定度量化方法及其在计算流体动力学迎风格式中的应用 [J]. 爆炸与冲击, 2016, 36 (4): 509-515.
- [12] Ritley M E. Quantification of model-form, predictive, and parametric uncertainties in simulation-based design [D]. Dayton: Wright State University, 2011.
- [13] Hanks T C, Cornell C A. Probabilistic seismic hazard analysis: a beginner's guide [C]. Proceedings of the Fifth Symposium on Current Issues Related to Nuclear Power Plant Structures, Equipment and Piping, 1994.
- [14] 王瑞利, 江松. 多物理耦合非线性偏微分方程与数值解不确定度量化数学方法 [J]. 中国科学: 数学, 2015, 45 (6): 723-738.
- [15] 汤涛, 周涛. 不确定性量化的高精度数值方法和理论 [J]. 中国科学: 数学, 2015, 45 (7): 891-928.
- [16] Stern F, Wilson R V, Coleman H W, et al. Verification and validation of CFD simulations [R]. IIHR Report No. 4.7, Iowa Institute of Hydraulic Research, the University of Iowa, Iowa City, USA, 1999.
- [17] Larzelere A R. The history of the accelerated strategic computing initiative (ASCI) [R]. Livermore, CA: Lawrence Livermore National Laboratory Report, 2009, UCRL-TR-231286.
- [18] Lawrence Livermore National Laboratory. Advanced Simulation and Computing. FY11-12 implementation plan [R]. Livermore, CA: Lawrence Livermore National Laboratory Report, 2010, LLNL-TR-429026.
- [19] Lawrence Livermore National Laboratory. Predictive Science Academic Alliance Program-II (PSAAP-II) Verification, Validation and Uncertainty Quantification Whitepaper [R]. Livermore, CA: Lawrence Livermore

- National Laboratory Report, 2011, LLNL-MF-481471.
- [20] Zang T A, Hemsch M J, Hilburger M W, et al. Needs and opportunities for uncertainty-based multidisciplinary design methods for aerospace vehicles [R]. National Aeronautics and Space Administration, Langley Research Center, NASA, 2002.
- [21] Oberkampf W L, Sindir M M, Conlisk A T. Guide for the verification and validation of computational fluid dynamics simulations [R]. AIAA-G-077-1998, 1998.
- [22] Hirsch C, Dinescu C. Nodesim-CFD: a european project on non-deterministic simulation for CFD-based design methodologies [C]. Computational Uncertainty in Military Vehicle Design, 2007, RTO-MP-AVT-147.
- [23] Bai W, Li L, Li Z M, et al. CFD V&V and open benchmark database [J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2006, 19 (2): 160-167.
- [24] 邓小刚, 宗文刚, 张来平, 等. 计算流体力学中的验证与确认 [J]. 力学进展, 2007, 37 (2): 279-288.
- [25] 张涵信, 查俊. 关于 CFD 验证确认中的不确定度和真值估算 [J]. 空气动力学学报, 2010, 28 (1): 39-45.
- [26] Wu B S. An overview of verification and validation methodology for CFD simulation of ship hydrodynamics [J]. Journal of Ship Mechanics, 2011, 15 (6): 577-591.
- [27] Oberkampf W L, Roy C J. Verification and validation in scientific computing [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2010.
- [28] Wiener N. The homogeneous chaos [J]. American Journal of Mathematics, 1938, 60 (4): 897-936.
- [29] Cameron R H, Martin W T. The orthogonal development of non-linear functionals in series of Fourier-Hermite functionals [J]. Annals of Mathematics, 1947, 48 (2): 385-392.
- [30] Ghanem R G, Spanos P D. Stochastic finite elements: a spectral approach [M]. Dover Publications, 1991.
- [31] Ghanem R. Stochastic finite elements with multiple random non-Gaussian properties [J]. Journal of Engineering Mechanics, 1999, 125 (1): 26-40.
- [32] Xiu D, Karniadakis G E. The Wiener-Askey polynomial chaos for stochastic differential equations [J]. SIAM Journal on Scientific Computing, 2002, 24 (2): 619-644.
- [33] Soize C, Ghanem R. Physical systems with random uncertainties: chaos representations with arbitrary probability measure [J]. SIAM Journal on Scientific Computing, 2004, 26 (2): 395-410.
- [34] Wan X, Karniadakis G E. Multi-element generalized polynomial chaos for arbitrary probability measures [J]. SIAM Journal on Scientific Computing, 2006, 28 (3): 901-928.
- [35] Oladyshkin S, de Barros F P J, Nowak W. Global sensitivity analysis: a flexible and efficient framework with an example from stochastic hydrogeology [J]. Advances in Water Resources, 2012, 37: 10-22.
- [36] Walters R W. Towards stochastic fluid mechanics via polynomial chaos [C]. Proceedings of the 41st AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, AIAA-2003-0413, 2003.
- [37] Hosder S, Walters R W, Perez R. A non-intrusive polynomial chaos method for uncertainty propagation in CFD simulations [C]. 44th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, 2006.
- [38] Babuska I, Nobile F, Tempone R. A stochastic collocation method for elliptic partial differential equations with random input data [J]. SIAM Journal on Numerical Analysis, 2007, 45 (3): 1005-1034.
- [39] Tatang M A, Pan W, Prinn R G, et al. An efficient method for parametric uncertainty analysis of numerical geophysical models [J]. Journal of Geophysical Research: Atmospheres, 1997, 102 (D18): 21925-21932.
- [40] Villadsen J, Michelsen M L. Solution of differential equation models by polynomial approximation [M]. New Jersey, Prentice-Hall, 1978.
- [41] Loeven G J A, Witteveen J A S, Bijl H. Probabilistic collocation: an efficient non-intrusive approach for arbitrarily distributed parametric uncertainties [C]. Proceedings of the 45th AIAA aerospace sciences meeting, 2007, 6: 3845-3858.
- [42] Wang X, Hirsch C, Liu Z, et al. Uncertainty-based robust aerodynamic optimization of rotor blades [J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2013, 94 (2): 111-127.
- [43] D'Ammaro A, Montomoli F. Uncertainty quantification and film cooling [J]. Computers & Fluids, 2013, 71: 320-326.
- [44] 赵柯, 高正红, 黄江涛, 等. 基于 PCE 方法的翼型小确定分析及稳健设计 [J]. 力学学报, 2014, 46 (1): 10-19.
- [45] Song X, Zhan C, Kong F, et al. Advances in the study of uncertainty quantification of large-scale hydrological modeling system [J]. Journal of Geographical Sciences, 2011, 21 (5): 801-819.
- [46] Narayan A, Gittelsohn C, Xiu D. A stochastic collocation

- tion algorithm with multifidelity models [J]. SIAM Journal on Scientific Computing, 2014, 36 (2): 495-521.
- [47] Jiang C, Han X, Li W X, et al. A hybrid reliability approach based on probability and interval for uncertain structures [J]. Journal of Mechanical Design, Transaction of the ASME, 2012, 134 (3): 310-311.
- [48] Zhang H, Mullen R L, Muhanna R L. Interval Monte Carlo methods for structural reliability [J]. Structural Safety, 2010, 32 (3): 183-190.
- [49] Yang X, Liu Y, Zhang Y, et al. Hybrid reliability analysis with both random and probability-box variables [J]. Acta Mechanica, 2015, 226 (5): 1341-1357.
- [50] Saranjam B. Experimental and numerical investigation of an unsteady supercavitating moving body [J]. Ocean Engineering, 2013, 59: 9-14.
- [51] 杨晓光, 陈焕龙, 刘华坪, 等. 导弹水下运动及出水过程的三维流场仿真 [J]. 弹道学报, 2010, 22 (1): 107-110.
- [52] 鲍文春, 权晓波, 魏海鹏. 航行体排气水下发射流体动力数值仿真研究 [J]. 导弹与航天运载技术, 2014 (5): 14-18.